

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет «ЛЭТИ»

А. М. ВАСИЛЕВСКИЙ Г. А. КОНОПЛЕВ М. Ф. ПАНОВ

**ОПТИКО-ФИЗИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ**

Учебное пособие

Санкт-Петербург
Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
2011

УДК 535.36.001.2

ББК 22.338.4

В19

Василевский А. М., Коноплев Г. А., Панов М. Ф.

В19 Оптико-физические методы исследований: Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2011. 60 с.

ISBN 978-5-7629-1179-5

Посвящено оптико-физическим методам исследований различных сред с использованием современной аппаратуры. При подборе материала особое внимание уделялось методам исследования тонких диэлектрических и полупроводниковых пленок, используемых в солнечной фотоэнергетике. Первая и вторая главы пособия посвящены относительно новому методу спектральных исследований, основанному на использовании многоканальных спектроанализаторов. Третья глава посвящена поляризационным методам исследования, в частности отражательной эллипсометрии.

Предназначено для магистрантов, обучающихся по программам «Квантовая и оптическая электроника», «Солнечная гетероструктурная фотоэнергетика», для бакалавров, обучающихся по профилю «Квантовая и оптическая электроника», для специалистов и преподавателей вузов, повышающих квалификацию по программе «Тонкопленочная солнечная фотоэнергетика», а также может быть полезно инженерно-техническим работникам, специализирующимся в области квантовой и оптической электроники.

Подготовлено в рамках выполнения проекта по разработке и апробации программы опережающей профессиональной переподготовки и учебно-методического комплекса, ориентированных на инвестиционные проекты по производству солнечных модулей на базе технологии «тонких пленок» Oerlikon, финансируемого Фондом инфраструктурных и образовательных программ.

УДК 535.36.001.2

ББК 22.338.4

Рецензенты: лаборатория фотоэлектрических преобразователей ФТИ им. А. Ф. Иоффе; д-р техн. наук, проф. Г. Б. Семенов (ФГУП «ГОИ им.С. И. Вавилова»).

Утверждено

редакционно-издательским советом университета

в качестве учебного пособия

ISBN 978-5-7629-1179-5

© СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2011

ВВЕДЕНИЕ

Информация о спектральном составе излучения, поглощенного, отраженного или рассеянного веществом, является одним из важных источников познания мира. Исследование спектрального состава излучения позволяет получить разнообразную информацию о веществе:

- атомное, молекулярное, кристаллическое строение различных веществ;
- оптические и структурные свойства материалов, включая тонкие пленки полупроводников и диэлектриков;
- структуру полимеров, их изотропические и изомерные модификации, а также структуру промежуточных образований, таких, как химические радикалы и молекулярные ассоциации;
- химический состав неизвестной пробы по наличию определенных спектральных линий (или групп линий) и их интенсивности и т. п.

Физический метод, используемый для определения химического состава исследуемых материалов, называют спектральным анализом. Оптико-электронные приборы, предназначенные для спектрального анализа путем разложения электромагнитного излучения на монохроматические компоненты и измерения частоты и интенсивности монохроматических составляющих, обычно называют спектральными приборами.

В зависимости от характера получаемых спектров различают несколько видов спектрального анализа: эмиссионный (по спектрам излучения), абсорбционный (по спектрам поглощения), люминесцентный (по спектрам люминесценции) и комбинационный (по спектрам комбинационного рассеяния).

Гармонический анализ излучения в оптике осуществляется чаще всего с помощью диспергирующего элемента – призмы или дифракционной решетки, отклоняющего лучи разных длин волн на различные углы. Кроме того, для спектрального анализа могут быть использованы другие физические принципы построения диспергирующих блоков – узкополосные перестраиваемые фильтры, многолучевая интерференция (интерферометр Фабри–Перо), селективная амплитудная или частотная модуляция (СИСАМ, растровые спектрометры, Фурье-спектрометры).

Информационные возможности современных спектральных систем определяются целым рядом параметров и характеристик – рабочей спектральной областью, аппаратной функцией, теоретическим и реальным разрешением. Знание этих характеристик и методов обработки результатов измерений позволяет максимально использовать возможности систем применительно к решению конкретных задач спектрального анализа.

Широкие возможности спектральных систем позволяют использовать их в различных направлениях науки и техники, одно перечисление которых заняло бы несколько страниц. Отметим лишь несколько основных областей, в которых важное место занимают подобные научные исследования: исследования в интересах контроля экологического состояния среды обитания человека, биохимические исследования, фармакологические исследования, материаловедение и др.

Среди оптико-физических методов исследования помимо спектральных важную роль играют поляризационные методы, в частности отражательная эллипсометрия. Это оптико-физический метод, основанный на анализе состояния поляризации отраженного от образца света. Он используется для исследования физико-химических свойств поверхности, ее морфологии, для измерения толщин многослойных структур и характеристики оптических свойств тонких пленок. Эллипсометрический метод является одним из самых точных и чувствительных методов контроля поверхностей и тонкослойных структур.

В первой и второй главах пособия собран необходимый учебный материал для освоения относительно нового метода спектральных исследований, основанного на использовании многоканальных спектроанализаторов. В приборах данного типа в качестве приемников используется линейка фотоприемников, а обработка спектральной информации и управление ими осуществляются через ЭВМ. Третья глава пособия посвящена отражательной эллипсометрии.

Учебный материал рассчитан на специалистов и студентов, уже получивших знания по таким дисциплинам, как «Высшая математика», «Физика», «Физическая оптика». Данный материал необходим при изучении ряда специальных дисциплин по направлениям подготовки магистрантов в области нанотехнологий, солнечной фотоэнергетики, квантовой и оптической электроники. Также настоящее учебное пособие будет интересно разработчикам соответствующей аппаратуры.

1. СИГНАЛЫ В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПРИБОРАХ

1.1. Виды спектрального анализа. Энергетическая система величин

Физическим носителем оптических сигналов является электромагнитное поле. Обычные источники излучения (лампа накаливания, тепловое излучение искусственных и естественных объектов, электрическая дуга и т. д.) являются протяженными излучателями. Такие источники удобно представить в виде многорезонаторных систем, в которых отдельными резонаторами являются атомы (или молекулы и диполи), причем эти отдельные резонаторы или излучатели не зависят друг от друга. В каждом из таких атомов процесс излучения длится очень короткое время, прекращаясь вследствие потерь энергии на излучение и взаимодействие с другими атомами. После прекращения излучения атом может вновь излучать, но уже с новой начальной фазой. Согласно принципу суперпозиции волновых полей каждую спектральную компоненту оптического сигнала можно рассматривать как отдельное монохроматическое колебание независимо от наличия других спектральных компонент. Поскольку современные фотоприемные устройства реагируют на электрическое поле, в дальнейшем будем рассматривать только электрическую составляющую электромагнитного поля. Мгновенное значение напряженности электрического поля $E(t)$ элементарного излучателя можно записать в комплексной форме:

$$E(t) = E_0(t) \exp(-j\omega t),$$

где $E_0(t)$ – комплексная амплитуда напряженности электрического поля; ω – круговая частота монохроматического гармонического колебания:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi c}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} c = kc = 2\pi\tilde{\nu}.$$

Наряду с круговой частотой ω для характеристики излучения могут быть использованы: частота ν , период колебаний T , длина волны λ и волновое число $\tilde{\nu}$. Длина волны монохроматического излучения λ является основной величиной при проведении спектральных измерений. Следует отметить, что λ зависит не только от свойств источника излучения, но и от показателя преломления среды:

$$\lambda = \lambda_0/n = \lambda_0 c/c_0,$$

где λ_0 – длина волны в вакууме; n – показатель преломления среды; c – скорость света в данной среде; c_0 – скорость света в вакууме.

Частотами и волновыми числами обычно пользуются при исследовании радио- и инфракрасного диапазонов. Для видимого и ультрафиолетового диапазонов большинство табличных данных приведено в длинах волн.

Наиболее употребительная единица для измерения длин волн – **нанометр** ($1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$). Кроме того, часто употребляется **микрон** ($1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м}$) и ангстрем ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$).

Волновые числа $\tilde{\nu}$ измеряют в обратных сантиметрах (см^{-1}) (число длин волн, укладываемых на 1 см). **Частоты** измеряют в герцах ($1 \text{ Гц} = 1 \text{ с}^{-1}$), а малые разности частот – в мегагерцах (МГц).

Диапазон длин волн излучения и диапазон частот связаны соотношением

$$\delta\nu = -\frac{c}{\lambda^2}\delta\lambda.$$

Так, если излучается спектральная линия с частотой $6 \cdot 10^{14}$ Гц и шириной 100 МГц, то длина волны излучения составит 500 нм с шириной контура $\delta\lambda \approx 10^{-4}$ нм. В практических расчетах, если спектральные интервалы заданы в различных единицах, обычно используется соотношение

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{\delta\tilde{\nu}}{\tilde{\nu}}.$$

Современные оптические детекторы (глаз, фотопластинка, фотоприемники различных типов) регистрируют усредненные во времени сигналы, пропорциональные интенсивности излучения $I(t)$:

$$I(t) = \langle \text{Re } E(t) \text{Re } E(t) \rangle = \frac{1}{2} \langle E(t) E^*(t) \rangle.$$

Для количественного описания потоков излучения в пространстве используется система энергетических и фотометрических величин. Система фотометрических величин основана на визуальном (субъективном) восприятии света и применяется чаще всего в пределах видимой области, хотя известны и спектрально-зональные системы, в которых нашли применение параметры фотометрического типа.

При проведении спектральных измерений обычно используют энергетическую систему, которая применима к излучению любой области спектра.

Потоком излучения (P) называют среднюю мощность оптического излучения за время, много большее, чем период световых колебаний, в заданном интервале длин волн ($\lambda_1 \dots \lambda_2$). Поток имеет размерность мощности и

измеряется обычно в ваттах. Поток излучения, приходящийся на единичный интервал длин волн p_λ или частот p_ν , называют **спектральной плотностью потока**:

$$P_\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p_\lambda d\lambda = \int_{\nu_1}^{\nu_2} p_\nu d\nu.$$

Облученностью, или **энергетической освещенностью** (E) называют поток излучения, приходящийся на единицу площади облучаемой поверхности. Облученность измеряется в ваттах на квадратный метр.

Интегральной яркостью излучения источника в данном направлении L_φ называется поток, излучаемый в пределах единичного телесного угла единицей площади источника, спроектированной на это направление:

$$L_\varphi = \frac{dP}{\sigma \cos \varphi d\Omega},$$

где σ – площадь излучаемой поверхности; $d\Omega$ – телесный угол, в котором излучается поток; φ – угол между нормалью к площадке и направлением наблюдения.

Для широкого круга источников *яркость не зависит от направления*, в этих случаях индекс φ может быть опущен.

Спектральная плотность яркости l_λ определяется соотношением

$$L_\lambda = \int_1^2 l_\lambda d\lambda = \int_1^2 l_\nu d\nu.$$

Единица измерения спектральной плотности яркости – ватт на стерадиан-кубический метр.

Входным сигналом в оптических спектральных приборах служит *интегральная спектральная яркость источника излучения*, сформированная осветительной системой в плоскости входной диафрагмы.

Оптическая система монохроматора осуществляет Фурье-преобразование входного сигнала, разлагая его на монохроматические спектральные компоненты, сфокусированные в плоскости выходной диафрагмы. Приемник излучения и система обработки сигналов представляют выходные сигналы в удобной для анализа форме. Таким образом, на выходе спектральной системы формируется дискретная или непрерывная последовательность спектральных сигналов, каждый из которых характеризует спектральную интенсивность излучения источника на определенной длине волны.

Любой физический прибор не может абсолютно точно отобразить спектр исследуемого процесса. При прохождении сигнала через прибор возникают искажения. В случае спектральных приборов эти искажения приводят к потере спектральной информации: спектр измеряется в ограниченном числе точек, разность длин волн которых не меньше предела спектрального разрешения $\Delta\lambda$, а интенсивность излучения измеряется с некоторой погрешностью. Ограничение разрешения по спектру вносится физическими свойствами диспергирующего элемента, конечными размерами входной и выходной диафрагм, абберациями, несовершенствами изготовления отдельных узлов и инерционностью приемно-регистрирующей системы. Иными словами, каждый измеренный выходной сигнал регистрирует интенсивность излучения в ограниченном диапазоне длин волн λ : $\lambda + \Delta\lambda$.

Погрешность измерения интенсивности связана с флуктуациями падающего потока, шумами приемно-регистрирующей системы, различными засветками внутри прибора и другими причинами. Для анализа этих источников погрешности можно воспользоваться методами, описанными в [3].

1.2. Обобщенная структурная оптическая схема спектрального прибора

Обобщенная оптическая схема спектрального прибора классического типа содержит определенный набор элементов, характерных для прибора с пространственным разделением монохроматических составляющих излучения – источник излучения, осветительную систему, входную щель, входной коллиматорный объектив, диспергирующую систему, выходной коллиматорный объектив и фотоприемное устройство (рис. 1.1).

Поток излучения источника *1* фокусируется оптической системой *2* на входную диафрагму *3*. Прошедший через диафрагму поток входным коллиматорным объективом *4* направляется параллельным пучком на диспергирующий элемент *5*. На выходе диспергирующего элемента формируется веер монохроматических параллельных пучков. Выходной коллиматорный объектив *6* создает в своей фокальной плоскости *7* монохроматические изображения, которые и формируют спектр. Чувствительный элемент фотоэлектрического преобразователя (ФЭП) – фотоприемника *8* совмещен с фокальной плоскостью выходного коллиматора. Спектральные системы, в которых на фотоприемник проектируется одновременно весь исследуемый спектр, называются *полихроматорами*. Системы, в которых ФЭП регистрирует излучение отдельной монохроматической компоненты, называются *монохроматорами*.

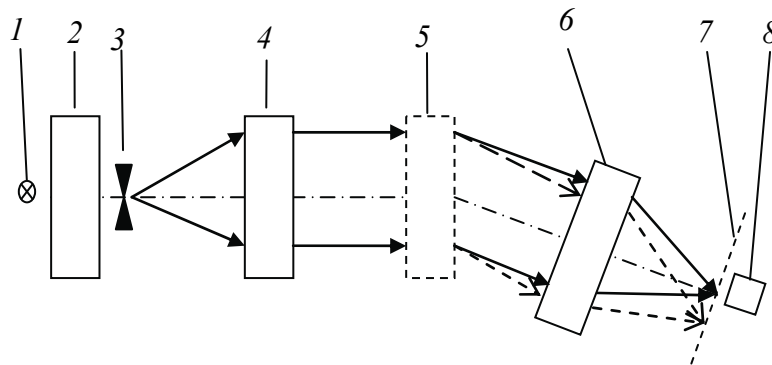


Рис. 1.1. Обобщенная оптическая схема спектрального прибора:
 1 – источник излучения; 2 – осветительная система; 3 – входная диафрагма;
 4 – входной коллиматорный объектив; 5 – диспергирующий элемент;
 6 – выходной коллиматорный объектив; 7 – плоскость спектра;
 8 – фотоприемное устройство

В зависимости от типа фотоприемного устройства спектральной системы определяют: спектроскоп (спектр наблюдается глазом); спектрограф (спектр проектируется на фотопластинку); спектрометр или спектрофотометр (спектр регистрируется селективным или неселективным фотоприемником).

По аналогии с фотометрическими приборами этот блок можно определить как оптико-электрический измерительный преобразователь (ОЭИП), так как он содержит необходимые для этого узла элементы: источник излучения, оптическую систему и фотоприемник (ФЭП).

Обобщенная структурная схема спектрального прибора может содержать ряд дополнительных оптических, механических и электронных элементов, расширяющих возможности прибора как измерительного инструмента. Например, при проведении абсорбционного спектрального анализа схема прибора содержит дополнительно кювету с исследуемой средой, располагаемую либо перед входной, либо выходной диафрагмой. Современные автоматизированные спектральные системы включают в себя многоэлементный фотоприемник излучения, блоки обработки сигналов и управления ими, интерфейс для связи с ЭВМ.

В автоматизированных системах ЭВМ служит для управления режимом работы отдельных узлов прибора, для считывания информации с фотоприемного устройства, для обработки сигналов. Результаты измерений хранятся в памяти ЭВМ и могут быть представлены в удобном виде на экране монитора. Современные методики обработки спектральной информации в автоматизированных спектральных системах позволяют организовать непрерывный контроль состава исследуемой среды в реальном масштабе времени.

1.3. Сигналы в оптико-электронных спектральных системах

Современные оптико-электронные спектральные системы представляют собой сложное устройство, осуществляющее преобразование сигналов различных типов. Оно состоит из оптических, механических и электронных систем, физические принципы которых существенно различаются. Однако с точки зрения математического описания в большинстве случаев эти системы оказываются сходными. Такие свойства, как линейность и инвариантность различных систем спектрального прибора, позволяют применить для анализа и синтеза частотные методы, основанные на интегральном преобразовании Фурье.

Основным сигналом, несущим информацию об исследуемом объекте, является распределение спектральной плотности яркости излучения $L_\lambda(\lambda)$, формируемого в системе возбуждения и поступающего на вход спектральной системы.

Спектральная система монохроматора преобразует величину $L_\lambda(\lambda)$ в пространственное распределение спектральной плотности освещенности $E_\lambda(x, y)$, где x, y – прямоугольные координаты в выходной плоскости спектральной системы (фокальная плоскость выходного объектива или плоскость выходной диафрагмы). При этом определенной длине волны ставится в соответствие некоторая точка в выходной плоскости. Закон соответствия зависит от применяемой диспергирующей системы и фокусных расстояний входного и выходного объективов. В спектральных приборах, как правило, производится одномерное спектрально-пространственное кодирование $\lambda \rightarrow x$; вторая координата используется либо для увеличения количественной характеристики информации (увеличение потока излучения с заданной длиной волны в выходной плоскости), либо для кодирования других характеристик исследуемого излучения, например поляризации.

Таким образом, в спектральной системе происходят следующие преобразования входного сигнала:

$$L_\lambda(\lambda) \xrightarrow{\lambda \rightarrow x} \frac{A_c[\bullet]}{\lambda} E_\lambda(\lambda), \quad (1.1)$$

$$\lambda \xrightarrow{\beta} x, \quad (1.2)$$

где $\frac{A_c[\bullet]}{\lambda \rightarrow x}$ – оператор преобразования спектральной системы; β – функция, определяющая закон пространственно-спектрального кодирования.

Запишем соотношения (1.1) и (1.2) в виде:

$$\begin{aligned} E_{\lambda}(x) &= A_c [L_{\lambda}(\lambda)], \\ x &= \beta(\lambda). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Тогда, с учетом (1.3):

$$E_{\lambda}(\lambda) = A_c [L_{\lambda}(\lambda)]. \quad (1.4)$$

При сканировании спектра в спектральном приборе закон соответствия (1.3) изменяется в зависимости от времени t :

$$x = \beta_t(\lambda), \quad (1.5)$$

так как в различные моменты времени при изменении координаты на фотоприемник будет попадать излучение разных длин волн.

Приемник излучения, приемная площадка которого совмещена с выходной плоскостью спектральной системы, преобразует спектральную плотность освещенности в электрический сигнал (напряжение U или ток I). Это преобразование можно описать соответствующим оператором $A_{\text{пр}}[\bullet]$:

$$E_{\lambda}(x) \xrightarrow{A_{\text{пр}}[\bullet]} U_{\lambda}(x)$$

или, поскольку x является функцией времени:

$$U_{\lambda}(x) = U_{\lambda}(t) = A_{\text{пр}} [E_{\lambda}(x(t))].$$

Таким образом, спектральная информация в зависимости от способа кодирования содержится в той или иной временной характеристике сигнала $U_{\lambda}(t)$: амплитуде, фазе, частоте, глубине модуляции и т. п.

Далее сигнал преобразуется в блоке предварительной обработке информации, действие которого можно представить некоторым обобщенным оператором фильтрации $A_{\text{ф}}[\bullet]$:

$$U_{\lambda}(t) \xrightarrow{A_{\text{ф}}[\bullet]} u_{\lambda}(t),$$

или

$$U_{\lambda}(t) = U_{\lambda}(\lambda) = A_{\text{ф}} [U_{\lambda}(t)].$$

Аналогично, действие регистрирующего прибора можно описать оператором $A_{\text{р}}[\bullet]$, так что окончательно на выходе спектрального прибора получим сигнал:

$$F_{\lambda}(\lambda) = A_{\text{р}} [U_{\lambda}(\lambda)].$$

Необходимо отметить, что на выходе регистрирующего устройства сигнал $F_\lambda(\lambda)$ распределен по некоторой условной координате, например вдоль движущейся ленты самописца, отклонение пера которого пропорционально $F_\lambda(\lambda)$. Поскольку связь условной координаты и длины волны известна, можно считать, что F_λ зависит от λ . Закон кодирования спектральной координаты называется градуировкой спектральной системы. В дальнейшем предполагается, что все переменные, от которых зависят сигналы в спектральной системе, приведены к одной спектральной переменной – длине волны λ , частоте ν или круговой частоте ω . В этом случае общее преобразование сигнала в спектральной системе можно представить произведением операторов

$$F_\lambda(\lambda) = A_p \circ A_\phi \circ A_{пр} \circ A_c [L_\lambda(\lambda)]. \quad (1.6)$$

1.4. Линейные инвариантные системы

Сигналы и их преобразования в спектральных системах, представленные ранее, были заданы системой некоторых абстрактных операторов, описывающих реальные операции над входным сигналом. Конкретное описание операций над входным сигналом должно содержать характеристики реальных устройств, осуществляющих эти операции. Для оптимального согласования устройств и блоков сложных приборов, включающих множество взаимосвязанных систем, необходимо знать вид выходного сигнала при заданном входном.

В этом смысле любая система отображает множество входных воздействий (пространство входных сигналов) во множество откликов системы на эти воздействия (пространство выходных сигналов). Отображение описывается оператором, действующим из одного функционального пространства в другое.

Наиболее изученными являются линейные системы и соответствующие им линейные операторы. Особенность линейных систем заключается в том, что их операторы однозначно определяются по действию на некоторое подпространство пространства входных сигналов, а именно на определенные элементарные воздействия. Определение линейных систем заключается в том, что если на вход линейной системы воздействует сигнал $f(x)$ из пространства входных сигналов $CF : f(x) \in CF$, то на выходе появится отклик $CG : g(x) \in CG$ из пространства выходных сигналов, что условно обозначается как

$$g(x) = A[f(x)],$$

где $A[\bullet]$ – оператор линейной системы.

Система операторов называется линейной, если линейной комбинации входных воздействий соответствует такая же линейная комбинация их выходных сигналов, т. е. если

$$f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x) \in CF \text{ и } g_i(x) = A[f_i(x)] \in CG,$$

$$\text{то } A\left[\sum_{i=1}^n c_i f_i(x)\right] = \sum_{i=1}^n c_i g_i(x), \quad (1.7)$$

где c_i – постоянные коэффициенты.

Поскольку пространство входных сигналов CF является множеством входных сигналов, получаемых в реальных физических процессах и поэтому имеющих непрерывные производные достаточно высоких порядков, то любую функцию $f(x) \in CF$ можно представить в виде линейной комбинации (конечной или бесконечной) некоторых простых функций из CF , которые можно назвать элементарными сигналами. Как правило, отклики на элементарное воздействие легко определить в каждом конкретном случае применения линейной системы. Тогда отклик на воздействие $f(x)$ определится по (1.8), где $[f_i(x)]$ надо понимать как множество элементарных функций, а $[g_i(x)]$ – как множество элементарных откликов.

В качестве элементарных сигналов можно выбрать различные системы так называемых ортогональных функций: тригонометрические функции кратных частот, различные классы ортогональных многочленов, прямоугольные функции типа функций Уолша и др. [3]. В каждом конкретном случае такой выбор должен соответствовать специфике CF . Для оптических и электрических сигналов наиболее удобным является множество элементарных сигналов из бесконечного набора так называемых δ -функций, смещенных вдоль оси аргументов.

Дадим физическое определение **дельта-функции** $\delta(x - x_0)$. Она всюду обращается в ноль, кроме точки $x = x_0$, где принимает бесконечно большое значение, причем интеграл по любому интервалу, содержащему x_0 , равен единице, что записывается как

$$\delta(x - x_0) = \begin{cases} 0, & x \neq x_0; \\ \infty, & x = x_0, \end{cases}$$

$$\int_{x_0 - \varepsilon_1}^{x_0 + \varepsilon_2} \delta(x - x_0) dx = 1; \varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0.$$

Для любой функции $f(x)$, непрерывной в точке $x = x_0$, справедливо соотношение

$$\int_{x_0 - \varepsilon_1}^{x_0 + \varepsilon_2} f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0), \quad (1.8)$$

которое называется фильтрующим свойством δ -функции. Формула (1.8) может быть принята в качестве определения δ -функции. Она легко доказывается с помощью выражений (1.5) и (1.6), где необходимо положить ε_1 и ε_2 сколь угодно малыми положительными числами.

Дельта-функция двух аргументов определяется как

$$\delta(x, y) = \delta(x) \delta(y).$$

Согласно (1.8) любую непрерывную функцию $f(x) \in CF$ можно представить как линейную комбинацию бесконечного числа смещенных δ -функций:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \delta(x - \xi) d\xi,$$

где использовано свойство симметрии δ -функции относительно точки ξ , т. е. $\delta(x - \xi) = \delta(\xi - x)$.

Поддействуем на $f(x)$ оператором $A[\bullet]$ линейной системы для определения отклика $g(x)$, используя свойство линейности (1.4):

$$g(x) = A[f(x)] = A\left[\int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \delta(x - \xi) d\xi\right] = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) A[\delta(x - \xi)] d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) h(x, \xi) d\xi, \quad (1.9)$$

где $h(x, \xi) = A[\delta(x - \xi)]$ – отклик на δ -воздействие, приложенное в точке $x = \xi$.

Таким образом, $h(x, \xi)$ есть значение выходного сигнала в точке x на входное δ -воздействие, приложенное в точке ξ .

Если вид этого сигнала не зависит от точки приложения δ -воздействия, то такие сигналы называют инвариантными. Тогда элементарный отклик будет зависеть лишь от разности $(x - \xi)$:

$$h(x, \xi) = h(x - \xi). \quad (1.10)$$

Реальные системы в строгом смысле не являются ни линейными, ни инвариантными. Однако в практически важных случаях как оптические, так и электрические системы можно считать таковыми. Действительно, в электрических системах сумма сигналов на входе преобразуется в сумму соответствующих

выходных сигналов, если эта сумма не выходит за пределы линейного участка характеристики системы. Инвариантность электрической системы обеспечивается неизменностью ее параметров во времени, т. е. ее стационарностью.

Несколько сложнее обстоит дело с оптическими, в частности со спектральными системами. Если понятие линейности применимо для не слишком интенсивных световых полей, то понятие инвариантности требует особых оговорок. Входные сигналы в оптических спектральных системах зависят от пространственных x, y и спектральных λ переменных. Элементарные воздействия в этом случае представляют собой или яркость светящейся точки с координатами x_0, y_0 :

$$L(x, y) = k_{x, y} \delta(x - x_0, y - y_0) L_0,$$

или спектральную плотность яркости монохроматического излучения с длиной волны λ_0 :

$$L_\lambda(\lambda) = k_\lambda \delta(\lambda - \lambda_0) L_{\lambda_0},$$

где коэффициенты приводят в соответствие размерности определяемых элементарных сигналов с размерностью δ -функции.

Размерность δ -функции обратна размерности аргумента, т. е. величина $\delta(x)x$ безразмерна.

Тогда $k_{x, y} = [x][y], k_\lambda = [\lambda]$, где $[z]$ обозначает размерность величины z .

Как известно, изображение точечного объекта из-за aberrаций оптических систем существенно зависит от его положения в пространстве предметов. Однако на практике все пространство предметов можно разбить на малые зоны, в пределах которых aberrации почти не меняются. Для этих зон условие инвариантности выполняется. Спектральные приборы с фотоэлектрической регистрацией работают в небольших углах поля зрения вдоль ширины узких входных спектральных щелей, поэтому их можно с достаточной степенью точности считать пространственно инвариантными. Аналогично спектральные системы можно считать спектрально-инвариантными лишь в пределах узких спектральных диапазонов, поскольку условия прохождения различных длин волн через спектральную систему неодинаковы.

Таким образом, в пределах приведенных выше ограничений все системы спектральных аппаратов можно считать линейными и инвариантными по соответствующим координатам.

1.5. Основные положения частотного анализа систем

Основным методом анализа линейных и инвариантных систем является частотный метод, основанный на теории рядов и интегрального преобразования Фурье.

Любую периодическую функцию $f(x) = f(x + T)$ с периодом T , удовлетворяющую условиям Дирихле, можно представить в виде экспоненциального ряда Фурье

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp\left(j2\pi k \frac{x}{T}\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp(j\omega k x),$$

где $c_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) \exp\left(-j2\pi k \frac{x}{T}\right) dx$ – комплексные весовые коэффициенты

разложения $f(x)$; k – порядковый номер гармонической составляющей ряда; $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – циклическая частота основной гармонической составляющей.

Набор значений c_k определяет дискретный частотный спектр сигнала $f(x)$, а именно амплитудно-частотный спектр $2|c_k|$ и фазочастотный спектр $\arg c_k$ ($\arg c_k$ обозначает угол, который составляет вектор, изображающий комплексное число c_k , с действительной осью комплексной плоскости).

Оптические сигналы, как правило, являются функцией нескольких переменных, которые могут быть представлены в виде многомерного ряда Фурье. Следует отметить, что как в одномерном, так и в многомерном случае требуется выполнение условий Дирихле. Сигналы, реализуемые в практических устройствах, как правило, удовлетворяют этим условиям.

Если функция не является периодической, то ее можно представить с помощью интегрального преобразования Фурье:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(v_x) \exp(j2\pi v_x x) dv_x, \quad (1.11)$$

где

$$f(v_x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-j2\pi v_x x) dx. \quad (1.12)$$

Весовая функция в интегральном представлении (1.11) называется спектральной плотностью функции или ее преобразованием Фурье (Фурье-образ). Переменная v_x – координата в частотном пространстве, называемая **частото-**

той (временной, пространственной, спектральной) в зависимости от типа основной переменной x в пространстве сигналов. Размерность ν_x обратна размерности x .

Для сокращения записи вместо (1.11) и (1.12) вводят обозначения

$$f(\nu_x) = F[f(x)];$$

$$f(x) = F^{-1}[f(\nu_x)],$$

где $F[\bullet]$, $F^{-1}[\bullet]$ – операторы прямого и обратного преобразований Фурье.

Эти операторы линейны, взаимно обратимы, для функции нескольких переменных интегральное преобразование Фурье определяется аналогично (1.11) и (1.12). Спектр свертки двух функций, определяемых соотношением

$$f_1(x) \otimes f_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\xi) f_2(x - \xi) d\xi,$$

находится как

$$F[f_1(x) \otimes f_2(x)] = F[f_1(x)] \cdot F[f_2(x)].$$

Подробно свойства операторов $F[\bullet]$ и $F^{-1}[\bullet]$ – теоремы запаздывания, смещения спектров, равенство Парсеваля, теоремы спектра произведения функций – рассматриваются в соответствующих разделах математики. Фурье-преобразования наиболее часто встречаемых функций приведены в таблице.

Формулы преобразований Фурье

Функция	Фурье-образ функции
$f(x)$	$F[f(x)] = f(\nu_x)$
$\delta(x - x_0)$	$\exp(-j2\pi\nu_x x_0)$
$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1/2; \\ 0, & x > 1/2 \end{cases}$	$\text{sinc}(\nu_x) = \frac{\sin \pi\nu_x}{\pi\nu_x}$
$\Lambda(x) = \text{rect}(x) \otimes \text{rect}(x) = \begin{cases} 1 - x , & x \leq 1; \\ 0, & x > 1 \end{cases}$	$\text{sinc}^2(\nu_x)$

Отметим, что многомерное преобразование Фурье функций с разделяющимися переменными:

$$f(x, y) = f_1(x) f_2(y)$$

сводится к перемножению спектров от отдельных сомножителей функции.

1.6. Аппаратная функция спектрального прибора

Реакция линейной инвариантной системы, описываемая оператором $A[\bullet]$, на произвольное воздействие $f(x)$ согласно (1.9) и (1.10) определяется как

$$g(x) = A[f(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi)h(x - \xi)d\xi, \quad (1.13)$$

или

$$g(x) = f(x) \otimes h(x). \quad (1.14)$$

Функция $h(x - \xi)$, равная значению отклика системы в точке x на δ -воздействие, которое приложено в точке ξ , называется **аппаратной функцией системы**. Таким образом, аппаратная функция есть реакция системы на элементарное воздействие в виде δ -функции, а реакция линейной инвариантной системы на сложное воздействие есть свертка этого воздействия с аппаратной функцией.

Следует отметить, что в выражениях (1.13) и (1.14) производится интегрирование в бесконечных пределах $(-\infty, \infty)$, но реальное спектральное распределение по спектральной координате, например ν , существуют в пределах $(0, \infty)$. Однако энергия спектрального распределения сосредоточена в конечной области волновых чисел ν , и значение функции распределения быстро стремится к нулю при стремлении ν как к нулю, так и к бесконечно большому значению. Поэтому для значений функции распределения в области отрицательных волновых чисел, если положить ее равной нулю для волновых чисел при $\nu < 0$, формально можно пользоваться (1.11) и (1.12).

Спектральная система представляет собой последовательно соединенные линейно-инвариантные системы (оптические, электрические, механические). Полным оператором спектральной системы является композиция (произведение) соответствующих этим системам операторов:

$$A = A_p \circ A_\phi \circ A_{пр} \circ A_c. \quad (1.15)$$

Аппаратная функция, соответствующая системе (1.15), определится сверткой аппаратных функций, соответствующих отдельным операторам сомножителей. Так, если система состоит из двух последовательно соединенных систем и на вход первой подается элементарное воздействие, приложенное в точке ν_0 , в виде $\delta(\nu - \nu_0)$, то на выходе ее будет сигнал

$$A_1[\delta(\nu - \nu_0)] = h_1(\nu - \nu_0),$$

который подается на вход второй системы.

Выход этой системы $A_2[\delta(v - v_0)]$ по определению является аппаратной функцией всей системы и согласно (1.12) определится как

$$h_1(v - v_0) \otimes h_2(v - v_0),$$

т. е. аппаратная функция является сверткой аппаратных функций составляющих систем.

Таким образом, аппаратная функция спектральной системы определится выражением

$$h(v - v_0) = h_p(v - v_0) \otimes h_\Phi(v - v_0) \otimes h_{\text{пр}}(v - v_0) \otimes h_c(v - v_0), \quad (1.16)$$

где h_p , h_Φ , $h_{\text{пр}}$, h_c – аппаратные функции соответственно регистрирующей системы, блока предварительной обработки информации, приемника излучения и спектральной системы.

1.7. Определение истинного контура входного спектрального сигнала по контуру сигнала, наблюдаемому на выходе спектрального прибора

Выходным сигналом $g(\lambda)$ в спектральных системах служит наблюдаемое на выходе регистрирующей системы спектральное распределение входного сигнала $f(\lambda)$, искаженное, в силу разнообразных причин, спектральным прибором.

Искажающие действия спектрального прибора в целом описываются аппаратным контуром $h(v - v_0)$ как функция частоты или $h(\lambda - \lambda_0)$ как функция длины волны. В соответствии с (1.14) выходной и входной сигналы связаны соотношением

$$g(\lambda) = f(\lambda) \otimes h(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda) h(\lambda - \lambda_0) d\lambda_0, \quad (1.17)$$

которое является сверткой функций $f(\lambda)$ и $h(\lambda)$.

Если функции $g(x)$ и $h(\lambda)$ заданы аналитически, то истинный контур входного сигнала можно рассчитать используя преобразование Фурье:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(v_x) \exp(-j2\pi v_x x) dv_x = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F[g(x)]}{F[h(x)]} \exp(-j2\pi v_x x) dv_x,$$

где $F[g(x)]$ и $F[h(x)]$ – Фурье-преобразования функций $g(x)$ и $h(x)$.

Как уже отмечалось, форму контура аппаратной функции спектрального прибора чаще всего определяют экспериментальными методами и затем аппроксимируют ее одной из подходящих функций. Рассмотрим форму

спектрального распределения выходного сигнала $g(\lambda)$, если входной сигнал $f(\lambda)$ и аппаратная функция спектрального прибора $h(\lambda)$ описываются функцией Гаусса:

$$f(\lambda) = f_0 \exp\left(-\beta(\lambda - \lambda_m)^2\right),$$

$$h(\lambda) = A_0 \exp\left(-\alpha(\lambda - \lambda_0)^2\right).$$

Подставляя эти выражения в формулу (1.17), получим:

$$g(\lambda_0) = f_0 A_0 \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\left[\alpha(\lambda - \lambda_0)^2 + \beta(\lambda - \lambda_m)^2\right]\right) d(\lambda - \lambda_0).$$

После некоторых преобразований и с учетом того, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-y^2) dy = \sqrt{\pi},$$

это выражение принимает вид

$$g(\lambda_0) = A_0 f_0 \sqrt{\frac{\pi}{\alpha + \beta}} \exp\left(-\frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta}(\lambda_0 - \lambda_m)^2\right).$$

Поскольку λ_0 является аргументом для $g(\lambda)$, заменим λ_0 на λ и, обозначив $\gamma = \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta}$, получим

$$g(\lambda) = g_0 \exp\left(-\gamma(\lambda - \lambda_m)^2\right). \quad (1.18)$$

Контур наблюдаемого на выходе спектрального распределения, описываемый функцией (1.18), является **гауссовским контуром**. Для дальнейшего анализа введем в рассмотрение полуширины аппаратного, истинного и наблюдаемого контуров спектральной линии $\Delta\lambda_h$, $\Delta\lambda_f$ и $\Delta\lambda_g$ (рис. 1.2).

$$\text{Тогда } \alpha = \frac{4 \ln 2}{(\Delta\lambda_h)^2}; \quad \beta = \frac{4 \ln 2}{(\Delta\lambda_f)^2}; \quad \gamma = \frac{4 \ln 2}{(\Delta\lambda_g)^2}.$$

Учитывая, что

$$\gamma = \frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta} = \frac{4 \ln 2}{(\Delta\lambda_h)^2 + (\Delta\lambda_f)^2} = \frac{4 \ln 2}{(\Delta\lambda_g)^2},$$

можно найти зависимость полуширины наблюдаемого контура от полуширины аппаратного и истинного контуров:

$$(\Delta\lambda_g)^2 = (\Delta\lambda_h)^2 + (\Delta\lambda_f)^2, \quad (1.19)$$

что дает возможность определить полуширину истинного контура по наблюдаемому.

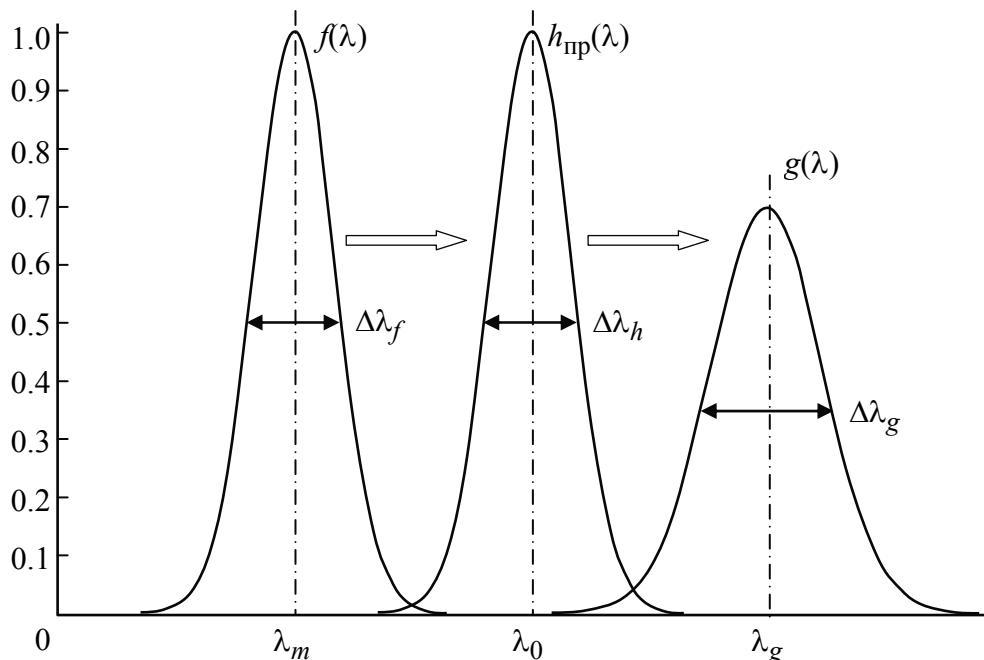


Рис. 1.2. Формирование наблюдаемого на выходе сигнала при известной форме входного сигнала и аппаратного контура

Амплитуда входного сигнала определяется выражением

$$f_0 = \frac{g_0}{A_0 \sqrt{(\alpha + \beta) / \pi}} = g_0 \frac{\Delta\lambda_g}{\Delta\lambda_f},$$

где учтено, что функция аппаратного контура нормирована, т. е.

$$\int_0^{\infty} h(\lambda) d\lambda = A_0 \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} = 1.$$

Выражение (1.19) показывает, что искажения, вносимые спектральным прибором, приводят к уширению формы спектральной линии и снижению интенсивности в максимуме. Очевидным условием малых искажений является

$$\Delta\lambda_h \ll \Delta\lambda_f,$$

которое позволяет оценить требования к предельному разрешению спектрального прибора.

1.8. Основные характеристики спектральных систем

Наиболее важной характеристикой спектральных систем, тесно связанной с его аппаратной функцией, является предел разрешения, определяемый как наименьшая разность длин волн $\delta\lambda$ или частот $\delta\nu$ двух монохроматиче-

ских спектральных линий равной интенсивности, которые разрешаются, т. е. наблюдаются раздельно. Принято различать теоретический и реальный пределы разрешения.

Предел разрешения и разрешающая способность спектрального прибора. Теоретическим называется предел разрешения $\delta\lambda_T$ спектрального прибора, обусловленный волновой природой света. Он определяется из решения задачи дифракции света на апертурной диафрагме прибора.

Реальный предел разрешения $\Delta\lambda_p$ определяется помимо дифракционных искажений конечными размерами входной диафрагмы, абберациями оптической системы, инерционностью и шумами приемно-регистрающей системы, несовершенством изготовления и юстировкой отдельных оптических и механических элементов прибора.

Однако только понятия предела разрешения недостаточно для характеристики приборов, работающих в различных областях спектра. Поэтому вводят понятие разрешающей способности (или разрешающей силы) спектрального прибора

$$R = \frac{\nu}{\delta\nu} = \frac{\lambda}{\delta\lambda}.$$

В теории спектральных приборов важным является вопрос о том, при каких условиях две линии могут наблюдаться раздельно, т. е. вопрос о критериях разрешения.

Критерий разрешения. Для идеального спектрального прибора две спектральные линии одинаковой интенсивности находятся на пределе разрешения $\delta\lambda_T$, если главный максимум дифракционного изображения одной из них совпадает с первым минимумом другой; при этом суммарная освещенность посередине между линиями равна приблизительно 80 % освещенности в главных максимумах. Этот критерий, предложенный Рэлеем, удобен для расчетов, когда аппаратная функция прибора определяется дифракцией, а распределение энергии в изображении имеет минимум.

Теоретической разрешающей способностью (разрешающей силой) спектрального прибора называют отношение

$$R_T = \frac{\lambda}{\delta\lambda},$$

где $\delta\lambda$ – предел разрешения, обусловленный волновой природой света; реальной разрешающей способностью называют отношение $R_p = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$, где $\Delta\lambda$ – реальный предел разрешения, определяемый помимо теоретического преде-

ла разрешения геометрической шириной входной и выходной диафрагм, полушириной абберрационного пятна рассеяния, полушириной пятна рассеяния, вызванного дефектами изготовления и юстировки прибора, уширением, вызванным инерционностью приемно-регистрирующей системы, и другими причинами возможных искажений.

Аппаратная функция как мера разрешения спектрального прибора.

Понятие аппаратной функции позволяет с единых позиций оценить предел разрешения любых спектральных приборов. Считается, что две спектральные линии одинаковой интенсивности находятся на пределе разрешения, если расстояние между их максимумами равно полуширине кривой аппаратной функции. Под полушириной кривой понимают длину интервала абсцисс, в пределах которой ординаты кривой не меньше половины максимальной ординаты.

Практически для всех реальных форм аппаратной функции при расстоянии между линиями, равном ее полуширине, суммарный измеряемый контур имеет провал, уровень которого достаточен для его регистрации. Например, для аппаратной функции гауссовской формы (описываемой уравнением $h(x) = A \exp[-ax^2]$) суммарный контур будет иметь центральный минимум, ордината которого равна 0.92 от максимального значения.

Такой критерий можно применять как в случае теоретического определения аппаратной функции прибора, так и при ее экспериментальном измерении. Им особенно удобно пользоваться при экспериментальном определении предела разрешения прибора.

Дисперсия. Необходимо различать дисперсию материала и дисперсию прибора. *Дисперсией материала* называют производную показателя преломления n по длине волны λ (или волновому числу) $\frac{dn}{d\lambda}$; эта величина используется для характеристики призмных спектральных приборов. *Дисперсия прибора* может быть угловой и линейной. Если излучение двух близких длин волн λ и $\lambda + d\lambda$ отклоняется прибором на углы β и $\beta + d\beta$ соответственно, то угловая дисперсия есть производная $\frac{d\beta}{d\lambda}$. Если dl – расстояние на поверхности изображения между двумя близкими спектральными линиями, разность длин волн которых $d\lambda$, то линейная дисперсия есть производная $\frac{dl}{d\lambda}$, причем

$$\frac{dl}{d\lambda} = f \frac{d\beta}{d\lambda},$$

где f – фокусное расстояние выходного коллиматорного объектива.

На рис. 1.3 приведена схема, поясняющая ход лучей, формирующихся на выходе спектрального прибора. Эта схема содержит входную диафрагму (щель) 1, диспергирующий элемент 2, выходной коллиматорный объектив 3. Спектр, представляющий собой дискретную или непрерывную последовательность изображений щели, образованных лучами различных длин волн ($\lambda_1 \dots \lambda_2$), образуется на фокальной поверхности 4 выходного коллиматора.

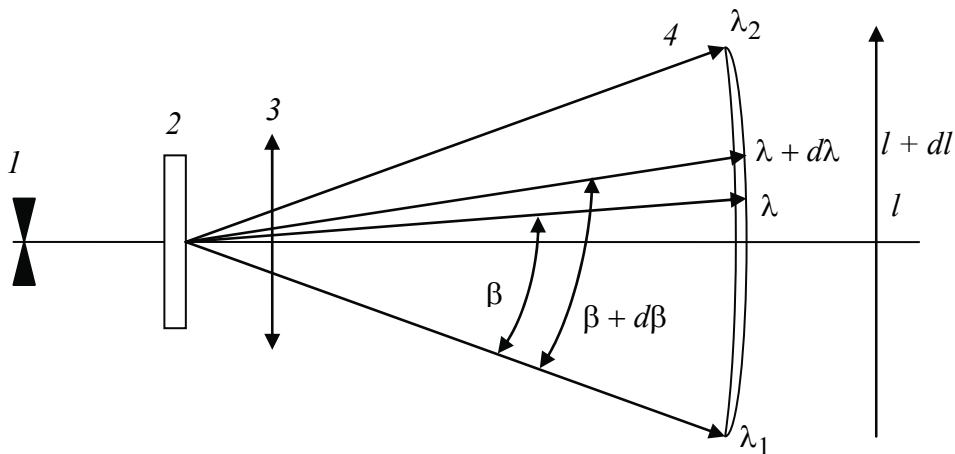


Рис. 1.3. Типовая схема хода лучей на выходе спектрального прибора классического типа

На практике часто пользуются понятием обратной линейной дисперсии $\frac{d\lambda}{dl}$, которую выражают в нанометрах на миллиметр или в микрометрах на миллиметр.

Светосила спектрального прибора. Для получения информации об исследуемом излучении недостаточно, чтобы спектральный прибор имел только высокое разрешение. Он должен также обладать способностью измерить спектральную мощность излучения, заключенную в разрешаемом интервале спектра. Это означает, что сигнал, вырабатываемый приемно-регистрирующей системой при воздействии на нее излучения, должен превосходить уровень ее собственных шумов в определенное число раз, т. е. должно обеспечиваться требуемое соотношение сигнал/шум. Светосила характеризует способность прибора регистрировать излучение малой спектральной плотности мощности.

Предположим, что на вход спектрального прибора подано квазимонохроматическое излучение, т. е. такое, что полуширина линии излучения значительно меньше полуширины аппаратной функции. Тогда, пользуясь линейностью оптической системы спектрального прибора, можно записать

$$P = Bl_{\lambda};$$

$$E = bl_{\lambda},$$

где P и E – соответственно поток, поступающий на приемник излучения прибора, или освещенность на нем, в зависимости от вида приемно-регистрирующей системы (при фотоэлектрической регистрации это поток, при фотографической – освещенность); I_λ – спектральная яркость исследуемого излучения; B – коэффициент пропорциональности, называемый светосилой спектрального прибора по потоку и численно равный потоку излучения, поступающему в приемно-регистрирующую систему при единичной спектральной яркости исследуемого квазимонохроматического излучения; b – коэффициент пропорциональности, называемый светосилой прибора по освещенности и определяемый как освещенность приемника излучения при единичной спектральной яркости исследуемого квазимонохроматического излучения.

Вид аналитического выражения для светосилы специфичен для каждого типа прибора.

Светосила является важной характеристикой спектрального прибора и не всегда связана с его разрешающей способностью. Существует обширный класс щелевых приборов, в которых светосила зависит от разрешающей способности, причем настройка на режим работы с максимальным разрешением за счет сужения щелей автоматически ведет к уменьшению его светосилы.

2. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ПОЛУЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ О СПЕКТРАЛЬНОМ СОСТАВЕ ИЗЛУЧЕНИЯ

Получение спектральной информации в оптических спектральных приборах основано на анализе поля интерференции квазимонохроматических пучков, сформированного в фокальной плоскости выходного коллиматора. Существует несколько методов разложения излучения на квазимонохроматические составляющие – пучки излучений, частично когерентных во времени и пространстве:

- в призмённых приборах за счет дисперсии материала призмы;
- в дифракционных приборах путем деления волнового фронта;
- в интерферометрах Фабри–Перо путем деления амплитуды.

При этом неизбежны искажения истинного контура спектральной линии, обусловленные дифракцией.

В случае интерферометра Фабри–Перо, в силу очень высокой дисперсии, дифракция играет незначительную роль, но, тем не менее, искажения существуют: они вызываются уменьшением амплитуды колебаний при переходе от одного интерферирующего пучка лучей к другому. Эти факторы приводят к тому, что, даже если источником является точечный монохроматический излучатель (дельта-функция), распределение освещенности в фокальной плоскости выходного коллиматора будет искажено дифракцией.

Аппаратная функция спектрального прибора, обусловленная дифракционными искажениями, определит предельные возможности прибора – его теоретическую разрешающую способность. Конечные размеры входной и выходной диафрагм, искажения, связанные с абберациями, инерционностью приемно-регистрающей системы, и другие факторы могут только ухудшить спектральное разрешение.

Далее будут рассмотрены основные узлы спектральных приборов, а также оценено их влияние на ошибки регистрации оптических спектров.

2.1. Призма

Излучения различных длин волн, падающих на призму, преломляются призмой под различными углами, причем для каждой длины волны угол преломления определяется значением спектрального показателя преломления материала призмы n_λ . На выходе призмы формируется веер параллельных монохроматических пучков, каждому из которых соответствует свой угол $\beta = f(n_\lambda)$.

2.1.1. Аппаратная функция призмы

Аппаратная функция призмы может быть рассчитана как результат дифракции монохроматического параллельного пучка на диафрагме, имеющей размер выходного зрачка. Предположим, что прямоугольная диафрагма, ограничивающая сечение пучка, установлена за призмой перпендикулярно направлению пучка и имеет ширину вдоль дисперсии D (рис. 2.1).

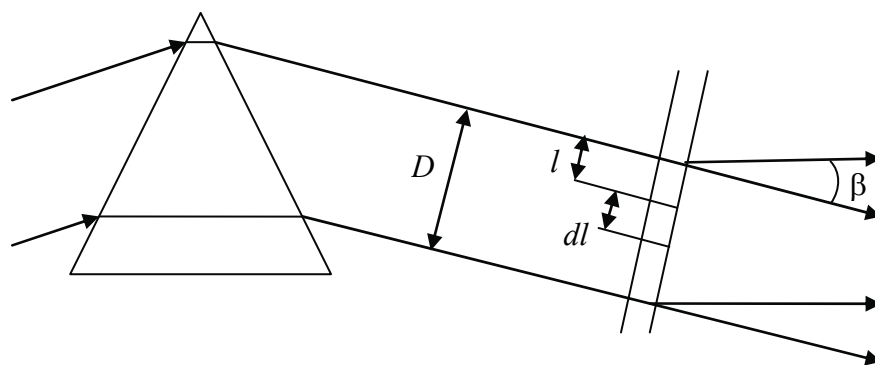


Рис. 2.1. Дифракция плоской монохроматической волны на диафрагме

В результате дифракции плоской монохроматической волны λ на диафрагме D (дифракция Фраунгофера на отверстии) в фокальной плоскости выходного коллиматорного объектива формируется интерференционная картина, образованная наложением электромагнитных волн, испускаемых элементарными полосками dl входного зрачка под различными углами β . Распределение амплитуд в фокальной плоскости можно рассматривать как преобразование Фурье ступенчатой функции (прямоугольного отверстия размером D).

Интенсивность излучения в фокальной плоскости пропорциональна квадрату амплитуды световых колебаний:

$$I_{\lambda}(\beta) = I_{0,\lambda} \frac{\sin^2\left(\pi \frac{D \sin \beta}{\lambda}\right)}{\left(\pi \frac{D \sin \beta}{\lambda}\right)^2}. \quad (2.1)$$

Функция (2.1) хорошо изучена. Она симметрична относительно $\beta = 0$, имеет центральный максимум и ряд побочных максимумов. Центральный дифракционный максимум наблюдается при угле $\beta = 0$. Первый минимум, равный нулю, наблюдается при $\sin \beta = \lambda/D$. Это означает, что максимальная разность хода световых колебаний $\delta\Delta_{\max}$, идущих под этим углом от элементарных полосок, расположенных на краях диафрагмы, составляет λ :

$$\delta\Delta_{\max} = \lambda.$$

Интенсивность побочных максимумов, если интенсивность центрального максимума принять за 1, относится как 1:0.04:0.027:0.017:

Угловой размер центрального максимума составляет $10^{-4} \dots 10^{-5}$ рад, поэтому синус можно заменить самим углом. Угол между центральным максимумом и первым минимумом

$$\delta\beta = \lambda/D,$$

а линейный размер $\delta l = \lambda f/D$, где f – фокусное расстояние выходного коллиматора.

Если направить на призму излучение, содержащее две монохроматические компоненты равной интенсивности, то в результате дисперсии они выйдут из призмы под различными углами и после дифракции на выходной диафрагме в фокальной плоскости выходного коллиматора сформируются две разнесенные в пространстве дифракционные картины. В соответствии с критерием Рэлея две спектральные линии λ и $\lambda + \delta\lambda$ будут разрешены спектральным прибором, если центральный максимум дифракционного распределения одной длины волны будет приходиться на первый минимум дифракционного распределения второй длины волны. Разность этих длин волн и определит теоретический предел разрешения $R_T = \lambda/\Delta\lambda$.

Учитывая, что $\delta\beta = \frac{d\beta}{d\lambda} \delta\lambda = \frac{\lambda}{D}$ и $\delta\Delta_{\max} = \frac{d\Delta_{\max}}{d\lambda} \delta\lambda = \lambda$, несложно получить 2 выражения для определения теоретической разрешающей способности дифракционно-ограниченных спектральных систем:

$$R_T = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = D \frac{d\beta}{d\lambda}, \quad (2.2)$$

$$R_T = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{d\Delta_{\max}}{d\lambda}. \quad (2.3)$$

2.1.2. Разрешающая способность и угловая дисперсия призмы

Рассмотрим прохождение параллельного пучка лучей через призму (рис. 2.2) и определим максимальную разность хода крайних лучей.

Через t_1 и t_2 обозначены длины путей, проходимых верхним крайним лучом в воздухе за время, в течение которого нижний крайний луч в призме проходит путь t . Максимальная оптическая разность хода между этими лучами $\Delta_{\max} = (n_\lambda t - t_1 - t_2)$. Теоретическую разрешающую способность призмы определим из соотношения (2.3):

$$R_T = \frac{d\Delta_{\max}}{d\lambda} = t \frac{dn_\lambda}{d\lambda}. \quad (2.4)$$

Угловая дисперсия призмы в соответствии с формулами (2.2) и (2.4)

$$\frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{1}{D} \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{t}{D} \frac{dn_\lambda}{d\lambda}. \quad (2.5)$$

Выражение (2.5) удобно для теоретического анализа различных призмённых систем, но неудобно для численных расчетов. Как правило, все применяемые в спектральных приборах призмы и призмённые системы рассчитаны на работу в минимуме отклонения, когда ход лучей через призму симметричен. При симметричном ходе лучей

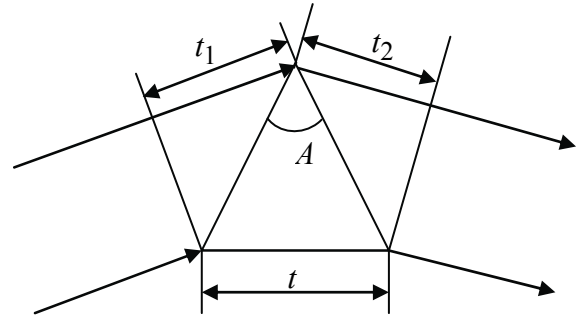


Рис. 2.2. Прохождение параллельного пучка лучей через призму: t – ширина основания призмы, A – угол при вершине

$$\frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n_\lambda^2 \sin^2 \frac{A}{2}}} \frac{dn_\lambda}{d\lambda}.$$

Материалы для спектральных призм выбирают исходя из области прозрачности, показателя преломления n_λ и дисперсии вещества $dn_\lambda/d\lambda$. Чаще всего призмы используются в видимой области спектра, реже – в ультрафиолетовой (свыше 200 нм) и инфракрасной (до 50 мкм) областях. Материалами призм служат: для ультрафиолетовой области – кристаллический кварц и фтористый кальций; для видимой области – стекло марок Ф-1 и ТФ-1; для инфракрасной области – хлористый натрий, бромистый калий и йодистый цезий.

При длине основания призмы ~ 10 см и коэффициенте дисперсии стекла $dn_\lambda/d\lambda \sim 0.1 \text{ мкм}^{-1}$ (среднее значение для видимой области спектра) теоретическая разрешающая способность призмы $R_T \approx 10^4$.

2.2. Отражательная дифракционная решетка

Дифракционные решетки как диспергирующий элемент получили широкое распространение, особенно в ультрафиолетовой и инфракрасной областях, где выбор материалов призм ограничен. В современных спектральных системах широко используются ступенчатые отражательные плоские и вогнутые дифракционные решетки, позволяющие концентрировать максимум световой энергии в нужную область спектра. Такие решетки представляют собой совокупность узких равноотстоящих параллельных зеркальных полосок с треугольным профилем штриха. Оптическая схема дифракционного монохроматора аналогична призмённым приборам и, как правило, содер-

жит входной коллиматорный объектив, дифракционную решетку и выходной коллиматорный объектив. При падении параллельного пучка лучей на каждой полоске решетки происходит дифракция. Пучки, дифрагированные на всех площадках, фокусируются в фокальной плоскости выходного коллиматора. Эти пучки когерентны и интерферируют между собой. Таким образом, в фокальной плоскости выходного коллиматора наблюдается интерференция N пучков света, где N – общее число штрихов решетки. Рассмотрим аппаратную функцию отражательной решетки и основные характеристики спектральных дифракционных систем.

2.2.1. Аппаратная функция отражательной дифракционной решетки

Распределение интенсивности в фокальной плоскости выходного коллиматора формируется как результат дифракции на одном зеркальном элементе и интерференции световых колебаний от всех элементов.

Направим на решетку под углом α монохроматический параллельный пучок лучей (рис. 2.3).

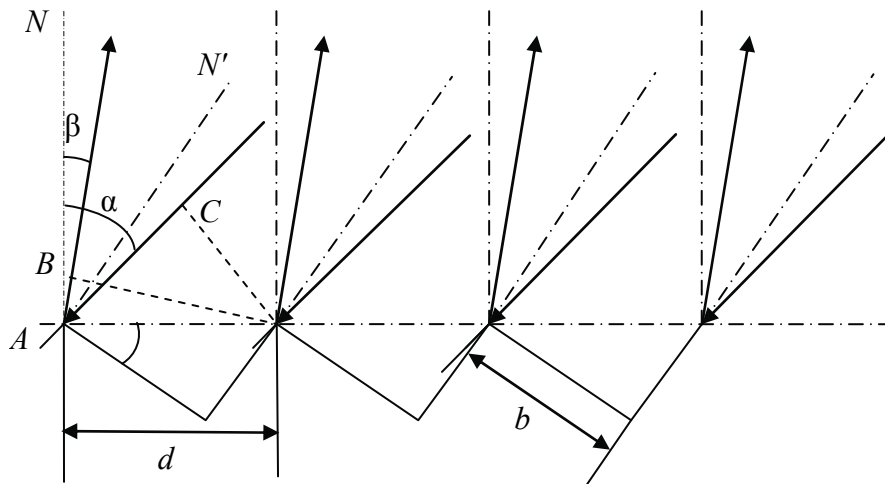


Рис. 2.3. Дифракция на плоской дифракционной решетке:

N – нормаль к поверхности решетки; N' – нормаль к рабочей грани штриха;
 δ – угол профиля штриха (угол блеска); α – угол падения лучей на решетку;
 β – угол дифракции; b – ширина рабочей грани штриха;
 d – шаг решетки (расстояние между штрихами)

Оптическая разность хода лучей, дифрагированных от двух соседних зеркальных элементов:

$$\Delta = AC + AB = d \sin \alpha + d \sin \beta = d(\sin \alpha + \sin \beta).$$

Общее распределение интенсивности монохроматического излучения с длиной волны λ от угла дифракции β в фокальной плоскости выходного коллиматора (при учете действия дифракции света на каждом зеркальном элементе и интерференции от пучков) выражается формулой

$$I_{\beta} = I_0 I_1 I_2 = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} \Delta'\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} \Delta'\right)^2} \frac{\sin^2\left(\frac{\pi N \Delta}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi \Delta}{\lambda}\right)},$$

где I_0 – интенсивность света, падающего на отдельный зеркальный элемент; I_1 – распределение интенсивности, обусловленное дифракцией на одном элементе; I_2 – множитель, учитывающий интерференцию N лучей; Δ' – разность хода лучей на одном зеркальном элементе.

Второй сомножитель I_1 описывает дифракционное распределение интенсивности на диафрагме размером b . В этом распределении имеется главный (нулевой) максимум при угле зеркального отражения от одного зеркального элемента, ряд эквидистантных минимумов и ряд побочных максимумов, положение которых описывается формулой (2.1).

Третий сомножитель I_2 описывает распределение, включающее ряд главных максимумов, когда этот сомножитель обращается в N^2 . Эти максимумы наблюдаются, если выполняется условие

$$\Delta = \pm m\lambda, \text{ или } d(\sin \alpha + \sin \beta) = \pm m\lambda, \quad (2.6)$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ – числа, называемые порядком спектра. Они показывают, сколько длин волн укладывается на разности хода от соседних элементов.

Кроме того, будут наблюдаться вторичные максимумы, интенсивность излучения в которых чрезвычайно мала, поэтому они не играют существенной роли. Выражение (2.6) является основным уравнением плоской зеркальной дифракционной решетки. Оно показывает, что в фокальной плоскости выходного коллиматора в угловых пределах дифракционного распределения от одного элемента будут наблюдаться несколько максимумов: нулевого, первого, второго и других порядков. Интенсивность излучения в них определяется дифракционным распределением, описываемым вторым сомножителем.

На рис. 2.4 представлено распределение интенсивности в спектре решетки при падении монохроматического пучка. По оси абсцисс отложены в разном масштабе – порядок спектра m , углы дифракции $\beta(I_1)$ и $\beta(I_2)$ соответствующих сомножителей. Штриховой линией показано распределение интенсивности при дифракции на рабочей грани штриха размером b . Центральный максимум распределения I_1 расположен при угле дифракции, соответствующем зеркальному отражению от рабочей грани штриха $\beta = 2\delta - \alpha$. Минимумы этого распределения отклонены от максимума на углы $\pm \lambda/b$.

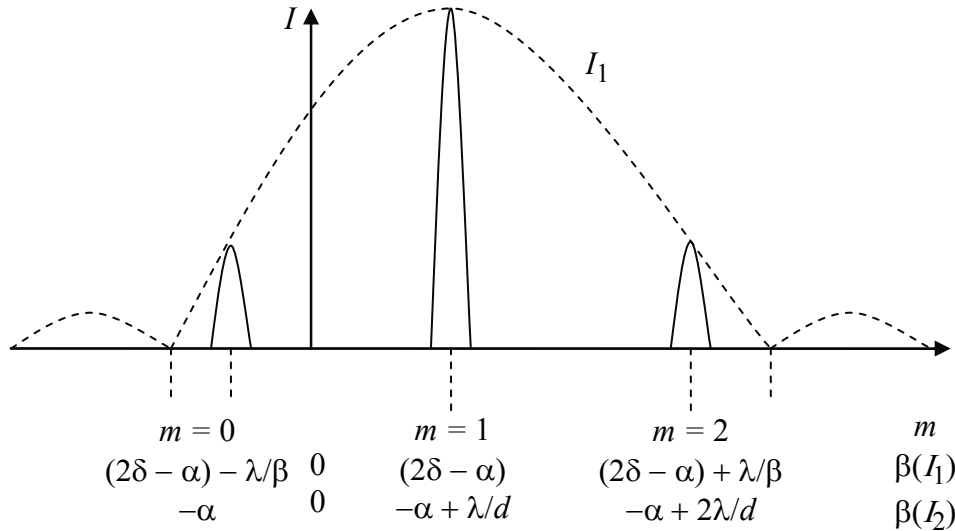


Рис. 2.4. Распределение интенсивности излучения в спектре дифракционной решетки

Максимумы распределения I_2 наблюдаются при углах дифракции, удовлетворяющих уравнению (2.10):

$$\beta = -\alpha - \text{максимум нулевого порядка } (m = 0);$$

$$\beta = -\alpha + \frac{\lambda}{d} - \text{максимум первого порядка } (m = +1);$$

$$\beta = -\alpha + 2\frac{\lambda}{d} - \text{максимум второго порядка } (m = +2).$$

Таким образом, отклик дифракционной решетки на монохроматическое излучение (δ -сигнал), в отличие от призмы, неоднозначен. В фокальной плоскости наблюдаются несколько выходных сигналов, разнесенных по углам дифракции. Если направить на решетку излучение сложного состава, то каждой спектральной компоненте будет соответствовать ряд максимумов разных порядков. Следует отметить, что положение спектров нулевого порядка определяется только углом падения излучения на решетку и не зависит от длины волны. Поэтому при $m = 0$ получается изображение входной диафрагмы, не разложенное в спектр. Положение спектров более высоких порядков зависит от длины волны. Информация о спектральном составе падающего излучения может быть получена при анализе спектра любого порядка, однако должны быть предприняты меры по устранению спектров других порядков, поскольку спектры разных порядков (кроме нулевого) могут налагаться друг на друга. Этот недостаток устраняется предварительной фильтрацией излучения с помощью призмных систем, светофильтров, применением скрещенной дисперсии. На практике в качестве рабочего в дифракционных спектральных системах обычно используют первый порядок

спектра ($m_p = 1$), реже – второй и третий порядки. Угол профиля решетки δ и ширину рабочей грани штриха b рассчитывают таким образом, чтобы нулевой порядок спектра попал на направление минимума дифракционного распределения от отдельного элемента I_1 , а излучение длин волн рабочего порядка совпадало с направлением на главный максимум этого распределения (см. рис. 2.4).

Распределение интенсивности, определяемое выражением (2.6), является аппаратной функцией решетки и позволяет рассчитать отклик дифракционной решетки на монохроматическое воздействие для рабочего порядка спектра. Для расчета аппаратной функции необходимо задать ее основные параметры: размер штриха b , угол блеска δ , постоянную решетки d , число штрихов $N = L/d$, где L – ширина нарезанной части решетки. Таким образом можно определить вид аппаратной функции решетки.

2.2.2. Разрешающая способность и угловая дисперсия дифракционной решетки

Угловую дисперсию решетки можно рассчитать, если продифференцировать основное уравнение решетки (2.3) по длине волны и считать угол падения лучей на решетку постоянным для всех волн:

$$d \cos \beta d\beta = m_p d\lambda,$$

или

$$\frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{m_p}{d \cos \beta}. \quad (2.7)$$

Для того чтобы иметь возможность работать в спектральном интервале без наложения спектров нерабочих порядков, следует определить область свободной дисперсии решетки $\Delta\lambda_d$. Для этого, считая значения углов α и β постоянными, продифференцируем уравнение (2.3):

$$\lambda dm = m_p d\lambda$$

и определим диапазон изменения $\Delta\lambda_d$ при $\Delta m = 1$:

$$\Delta\lambda_d = \frac{\lambda}{m_p + 1}.$$

Теоретическую разрешающую способность дифракционной решетки можно определить, воспользовавшись соотношением (2.3):

$$R_T = \frac{d\Delta_{\max}}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda}(m_p\lambda N) = m_p N = m_p \frac{L}{d}, \quad (2.8)$$

где m_p – рабочий порядок спектра; $m_p\lambda$ – оптическая разность хода лучей между соседними штрихами; N – общее число штрихов.

В серийных спектральных дифракционных приборах используются решетки с углом блеска не более $20\dots30^\circ$ с определенным числом штрихов на 1 мм. При выборе решетки для проведения исследований в определенной спектральной области руководствуются условием

$$d \approx (1.5\dots2)\lambda_{\text{ср}},$$

где $\lambda_{\text{ср}}$ – средняя длина исследуемой области.

Серийно выпускаемые решетки для ультрафиолетовой, видимой и инфракрасной областей имеют 2400, 1200, 600, 300, 200, 100, 50 штр/мм и меньше.

При ширине нарезанной части решетки 10 см и работе в видимой области спектра ($\lambda_{\text{ср}} \sim 500$ нм) теоретическая разрешающая способность решетки, имеющей 600 штр/мм и работающей в первом порядке, составляет $R_T \approx 10^5$, а область свободной дисперсии $\Delta\lambda_d \approx 250$ нм. Таким образом, применение дифракционных решеток в качестве диспергирующего элемента позволяет на порядок повысить разрешающую способность по сравнению с призмными системами, но требует предварительной спектральной фильтрации падающего потока.

2.2.3. Вогнутая дифракционная решетка

Схемы классических монохроматоров всегда включают наряду с диспергирующим элементом входной и выходной коллиматорные объективы. Нанеся штрихи решетки на сферическую поверхность, можно совместить фокусирующие свойства вогнутого зеркала с диспергирующими свойствами дифракционной решетки. Такие решетки называются вогнутыми. Полная теория вогнутой решетки достаточно сложна, но основные выводы этой теории заключаются в следующем:

– если вогнутую решетку и входную диафрагму расположить на окружности, диаметр которой равен радиусу кривизны решетки R , то спектр фокусируется на той же окружности; эта окружность называется кругом Роуланда (рис. 2.5);

– условие главных максимумов дифракционной картины вогнутой решетки с шириной штриха d :

$$d(\sin \alpha + \sin \beta) = m\lambda ,$$

где α и β – углы падения и дифракции соответственно (рис. 2.5).

Угловая дисперсия вогнутой решетки и ее теоретическая разрешающая способность могут быть найдены из выражений (2.7) и (2.8):

$$\frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{m_p R}{ds}; R_T = m_p \frac{L}{d}.$$

В области нормали к решетке дисперсия почти не зависит от длины волны. Применение вогнутых дифракционных решеток особенно оправданно в ультрафиолетовой области, где коэффициент отражения зеркальных покрытий значительно снижается, поэтому число элементов оптической схемы должно быть минимальным. В последние годы дифракционные спектральные системы на вогнутой решетке получили большое распространение в многоканальных приборах, где используются фотоприемники в виде малогабаритных светочувствительных матриц и линеек.

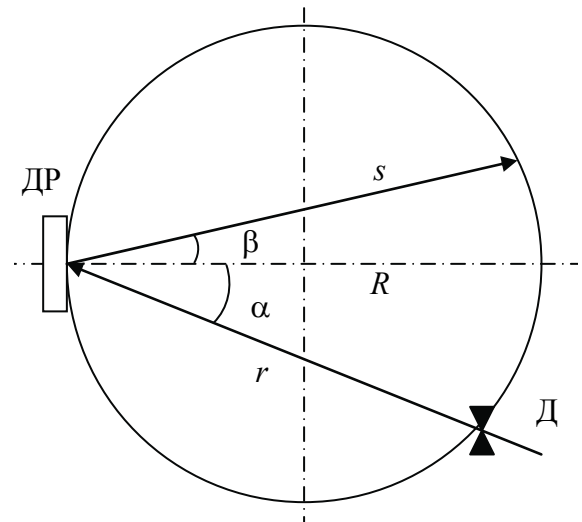


Рис. 2.5. Круг Роуланда: ДР – дифракционная решетка; R – радиус кривизны решетки; Д – входная диафрагма; r и s – расстояния от входной диафрагмы до решетки и от решетки до изображения соответственно

2.3. Интерферометр Фабри–Перо

Многолучевая интерференция с применением эталона Фабри–Перо позволяет создавать спектральные приборы высокого разрешения. Теоретическая разрешающая способность этих систем более чем на порядок выше, чем у дифракционных систем.

Эталон Фабри–Перо представляет собой плоскопараллельные пластинки, расположенные на расстоянии t друг от друга. На внутренние поверхности пластинок нанесены полупрозрачные диэлектрические покрытия с высокой отражательной способностью.

Монохроматический световой пучок, падающий на эталон под углом β , многократно отражается на пластинках; в результате этих отражений пучок расщепляется на два – отраженный и прошедший.

Рассмотрим прошедший пучок (рис. 2.6). Он состоит из N параллельных лучей, прошедших через эталон после первого, второго и последующих отражений от пластинок. Оптическая разность хода между соседними лучами, например между первым и вторым, определяется выражением

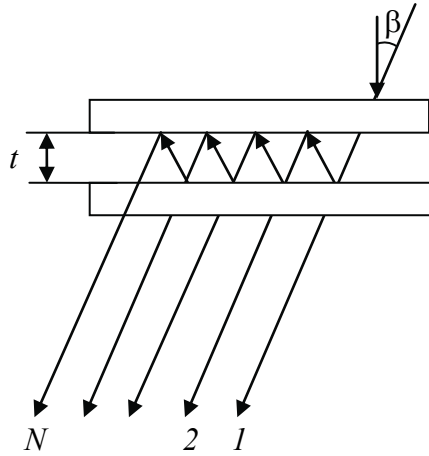


Рис. 2.6. Ход лучей в интерферометре Фабри–Перо

$$\Delta = \Delta_{1-2} = 2t \cos \beta, \quad (2.9)$$

где Δ – оптическая разность хода; t – толщина эталона; β – угол падения лучей.

Все лучи, прошедшие через эталон, когерентны и могут интерферировать. При заданной толщине эталона разность хода будет зависеть только от угла падения. Если направить на эталон монохроматический расходящийся пучок с осевой симметрией, то в фокальной плоскости коллиматорного объектива, установленного на выходе эталона, будет наблюдаться интерференционная картина в виде колец.

Условие максимумов интерференционной картины, когда на разности хода укладывается целое число длин волн, определяется выражением

$$\Delta = 2t \cos \beta = m\lambda, \quad (2.10)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – порядки интерференции.

При толщине эталона несколько миллиметров, длине волны порядка микрометра и малых углах падения порядок спектра m в кольцах, находящихся в центральной зоне интерференционной картины, достигает десятков тысяч. С увеличением угла падения порядок спектра уменьшается, а кольца располагаются более тесно.

Таким образом, реакция эталона на монохроматическое воздействие (δ -функцию), как и в случае дифракционной решетки, неоднозначна. Каждое кольцо является одним из откликов эталона на монохроматическое воздействие соответствующего порядка. Если изменить длину волны излучения, падающего на эталон, то система колец сместится, так как условие (2.10) зависит от длины волны.

Для анализа спектрального состава излучения с помощью эталона Фабри–Перо необходимо выделить рабочий порядок и исключить возможность переналожения спектров. Спектральный диапазон, в пределах которого отсутствует переналожение порядков, может быть вычислен, исходя из соотношения

$$m_p \lambda = (m_p + 1)(\lambda - \Delta \lambda_d \lambda),$$

откуда

$$\Delta \lambda_d = \frac{\lambda}{m_p + 1} \approx \frac{\lambda}{m_p},$$

где $\Delta\lambda_d$ – область свободной дисперсии, или постоянная эталона Фабри–Перо; m_p – рабочий порядок спектра.

Распределение интенсивности монохроматического излучения в фокальной плоскости выходного коллиматора описывается выражением

$$I_\beta = I_0 \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \left(\pi \frac{2t \cos \beta}{\lambda} \right)}, \quad (2.11)$$

где I_0 – интенсивность монохроматического излучения, падающего на эталон; R – коэффициент отражения диэлектрических покрытий, нанесенных на внутренние поверхности пластинок эталона.

Распределение интенсивности, согласно (2.11), никогда не падает до нуля, как это было в случае призмы и дифракционной решетки. При увеличении коэффициента отражения покрытий кольца становятся все более резкими и увеличивается относительная величина максимума

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left[\frac{(1+R)}{(1-R)} \right]^2,$$

поэтому стараются максимально увеличить отражательную способность покрытий. На практике коэффициент отражения пластинок эталона достигает значений $R \approx 0.95 \dots 0.97$.

Теоретическая разрешающая способность эталона определяется из соотношения (2.3) и уравнения (2.10):

$$R_T = \frac{d\Delta_{\max}}{d\lambda} = \frac{d(m_p \lambda N)}{d\lambda} = m_p N, \quad (2.12)$$

где N – число лучей, прошедших через эталон при падении света под углом β и сформировавших интерференционную картину.

Если ограничительная диафрагма установлена перед эталоном, теоретически число таких лучей может быть бесконечно велико. Однако интенсивность лучей при многих отражениях от зеркальных поверхностей эталона постепенно падает до нуля, поэтому в расчетах бесконечно большое число интерферирующих лучей убывающей интенсивности заменяют эффективным числом интерферирующих лучей равной интенсивности $N_{\text{эф}}$. Это число приближенно может быть определено по формуле

$$N_{\text{эф}} \approx \frac{3\sqrt{R}}{1-R}.$$

Если спектральный анализ проводится в центральной зоне интерференционной картины эталона, где $\cos\beta \approx 1$, то, согласно (2.10), $m_p \approx \frac{2t}{\lambda}$. Тогда приближенное значение теоретической разрешающей способности эталона

$$R_T = m_p N_{\text{эф}} \approx \frac{6t\sqrt{R}}{\lambda(1-R)}.$$

Угловую дисперсию эталона можно получить продифференцировав выражение (2.9):

$$-2t \sin\beta d\beta = m d\lambda,$$

откуда

$$\frac{d\beta}{d\lambda} = -\frac{m_p}{2t \sin\beta} = -\frac{1}{\lambda \operatorname{tg}\beta}$$

(знак минус показывает, что с увеличением длины волны падающего излучения интерференционное кольцо рабочего порядка сужается, т. е. наблюдается при меньших углах β).

Для эталона толщиной 5 мм с коэффициентом отражения покрытия пластинок 0.95 теоретическая разрешающая способность на длине волны 500 нм $R_T \approx 10^6$, а область свободной дисперсии $\Delta\lambda_d \approx 2 \cdot 10^{-4}$ мкм. По сравнению с дифракционной решеткой разрешение возросло на порядок, но спектральная область, свободная от переналожения порядков, значительно сузилась, что требует обязательной предварительной фильтрации спектрального состава излучения, направляемого на эталон Фабри–Перо.

2.4. Преобразование сигналов в монохроматорах классического типа

Оптическая схема монохроматора в спектральных системах классического типа содержит помимо диспергирующего элемента входную и выходную диафрагмы (щели) и коллиматорные объективы. Выведенные ранее соотношения для аппаратной функции и теоретической разрешающей способности получены в предположении, что на диспергирующий элемент падает параллельный пучок, т. е. источником излучения служит точечный монохроматический излучатель, расположенный в центре входной диафрагмы. Поэтому теоретическая разрешающая способность определяет предельные спектральные возможности прибора. При расширении щелей форма аппаратной

функции исказится, что приведет к потере информации и ухудшению разрешающей способности. Рассмотрим более подробно аппаратную функцию монохроматора $h_M(v)$ спектральной системы классического типа, которая определяется сверткой функции дифракционного уширения $h_D(v)$ с функциями $h_1(v)$ и $h_2(v)$, зависящими от ширины входной и выходной щелей и параметров оптической системы – фокусных расстояний коллиматорных объективов, aberrаций, искажений изображений, вызванных неточностями в изготовлении и юстировке, и других причин:

$$h_M(v) = h_1(v) \otimes h_2(v) \otimes h_D(v).$$

Во многих спектральных системах ширина входной щели s_1 равна ширине выходной щели s_2 , а фокусные расстояния f коллиматорных объективов одинаковы. В этом случае

$$s_1^* = s_2 = s,$$

где s_1^* – геометрическое изображение входной щели в фокальной плоскости выходного коллиматорного объектива.

Для прямоугольных щелей функции распределения освещенности $h_1(v)$ и $h_2(v)$ имеют вид $\text{rect}(x)$, свертка которых, согласно таблице на с. 17, описывается треугольной функцией $\Lambda(x)$ с полушириной, равной ширине щелей.

Если ширина щелей много меньше дифракционного уширения, треугольную функцию $\Lambda(x)$ можно считать δ -функцией, тогда $h_M(v) \approx h_D(v)$ и аппаратная функция монохроматора идентична аппаратной функции диспергирующего элемента.

Нормальной называют ширину щелей, равную дифракционному уширению: $s_H = \lambda \frac{f}{D}$, где λ/D – угловая величина полуширины дифракционного уширения диспергирующего элемента; f – фокусное расстояние коллиматорного объектива.

Аппаратная функция монохроматора при нормальной ширине щелей уширяется, но в основном повторяет ход аппаратной функции диспергирующего элемента. Потеря в разрешающей способности при этом составляет ~40 %.

При ширине щелей, много большей ширины дифракционного уширения, дифракционное уширение можно считать δ -функцией, а аппаратный контур монохроматора описать $\Lambda(x)$ -функцией с полушириной, равной ширине ще-

лей. Реальное спектральное разрешение монохроматора $\Delta\lambda$ в этих случаях определяется размером щелей и линейной дисперсией $\frac{dl}{d\lambda}$:

$$\Delta\lambda = s \frac{d\lambda}{dl} = \frac{s}{f} \frac{d\lambda}{d\beta},$$

а реальная разрешающая способность

$$R_p = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}.$$

Потери в спектральном разрешении, обусловленные конечными размерами входной и выходной диафрагм, достигают 10 и более раз.

2.5. Фурье-спектрометр

В спектральных системах классического типа для получения информации о спектральном составе входного сигнала на первой стадии реализуется преобразование Фурье, а спектр регистрируют либо установкой большого числа параллельно действующих фильтров, выделяющих узкую полосу частот (полихроматоры), либо перестройкой фильтра на разные частоты (сканирование спектра в монохроматорах). В Фурье-спектрометрах регистрируется автокорреляционная функция входного сигнала, а спектр находится вычислением ее Фурье-образа. В отличие от классических схем, где выходной сигнал и является спектром исследуемого процесса, в Фурье-спектрометрах регистрируется интерферограмма, а спектральное распределение входного сигнала может быть получено только после математической обработки интерферограммы.

В Фурье-спектроскопии используются двухлучевые интерферометры типа интерферометра Майкельсона (рис. 2.7). Монохроматический световой поток, прошедший входную диафрагму I , формируется коллиматорным объективом L_1 в параллельный пучок и падает на полупрозрачное зеркало ПП, в котором делится на 2 пучка. После отражения от плоских зеркал Z_1 и Z_2 пучки вновь соединяются и образуют в фокальной плоскости выходного коллиматорного объектива L_2 интерференционную картину, регистрируемую приемником Пр.

Величина светового потока на выходе интерферометра Майкельсона зависит от разности хода двух интерферирующих лучей:

$$P_\lambda = qI_\lambda \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta\right) \right],$$

где l_λ – спектральная яркость источника; q – коэффициент пропорциональности; Δ – оптическая разность хода лучей, прошедших путь туда и обратно от полупрозрачного зеркала до зеркал $З_1$ и $З_2$.

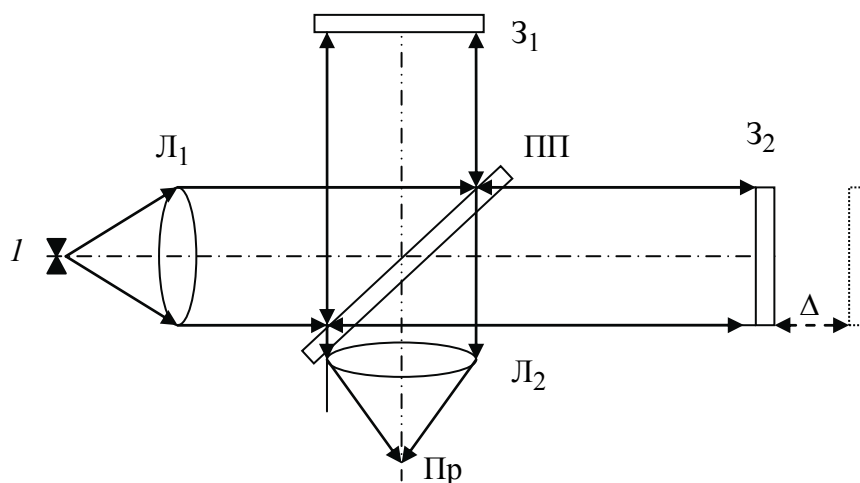


Рис. 2.7. Интерферометр Майкельсона: ПП – полупрозрачное зеркало; $З_1, З_2$ – зеркала; $Л_1, Л_2$ – входной и выходной коллиматорные объективы соответственно; I – входная диафрагма; Пр – приемник излучения
Переходя от длины волны λ к частотам световых колебаний ν :

$$P_\nu = ql_\nu \left[1 + \cos \left(2\pi\nu \frac{\Delta}{c} \right) \right],$$

где $\frac{\Delta}{c}$ – время, в течение которого свет проходит разность хода Δ .

При поступлении на вход интерферометра излучения со сложным спектральным составом зависимость светового потока на выходе прибора P_Σ от разности хода Δ примет вид

$$P_\Sigma = \int_0^\infty ql_\nu \left[1 + \cos \left(2\pi\nu \frac{\Delta}{c} \right) \right] d\nu = \int_0^\infty ql_\nu d\nu + \int_0^\infty ql_\nu \cos \left(2\pi\nu \frac{\Delta}{c} \right) d\nu .$$

Таким образом:

$$P_\Sigma = P \left(\frac{\Delta}{c} \right) = P_0 + \int_0^\infty ql_\nu \cos \left(2\pi\nu \frac{\Delta}{c} \right) d\nu . \quad (2.13)$$

В Фурье-спектрометрах одно из зеркал делают подвижным и, таким образом, разность хода в процессе регистрации является функцией времени. Функция $P \left(\frac{\Delta}{c} \right)$ называется **интерферограммой**. Переменная составляющая

выражения (2.13) симметрична относительно оси $\frac{\Delta}{c} = 0$, поэтому ее можно представить в виде

$$P_{\sim}\left(\frac{\Delta}{c}\right) = \frac{q}{2} \int_{-\infty}^{\infty} l_{\nu} \cos\left(2\pi\nu\frac{\Delta}{c}\right) d\nu. \quad (2.14)$$

Из (2.14) следует, что спектральное распределение исследуемого излучения может быть получено косинусоидальным Фурье-преобразованием функции:

$$l_{\nu} = \frac{2}{q} \int_{-\infty}^{\infty} P\left(\frac{\Delta}{c}\right) \cos\left(2\pi\nu\frac{\Delta}{c}\right) d\nu. \quad (2.15)$$

Эта операция выполняется с помощью ЭВМ.

Разрешающую способность Фурье-спектрометра можно найти, если подать на вход монохроматическое излучение с частотой ν_0 и ограничить разность хода. Тогда

$$P\left(\frac{\Delta}{c}\right) = P_0 \cos\left(2\pi\nu_0\frac{\Delta}{c}\right); \quad 0 \leq \Delta \leq \Delta_m,$$

где Δ_m – максимальная разность хода.

После Фурье-преобразования получим

$$l_{\nu} = \frac{P_0\Delta_m}{qc} \frac{\sin\left[2\pi(\nu_0 - \nu)\frac{\Delta_m}{c}\right]}{\left[2\pi(\nu_0 - \nu)\frac{\Delta_m}{c}\right]}. \quad (2.16)$$

Из (2.16) следует, что предел разрешения Фурье-спектрометра определяется как

$$\delta\nu = \frac{c}{2\Delta_m} = \frac{\lambda\nu}{2\Delta_m},$$

а разрешающая способность

$$R_T = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\tilde{\nu}}{\delta\tilde{\nu}} = \frac{\nu}{\delta\nu} = \frac{2\Delta_m}{\lambda} = 2\Delta_m\tilde{\nu}, \quad (2.17)$$

где $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$ – волновое число, см^{-1} .

При максимальной разности хода 10 см и длине волны 1 мкм (10^4 см^{-1}) теоретическая разрешающая способность Фурье-спектрометра составит $2 \cdot 10^5$, что превышает теоретическое разрешение дифракционных спектральных систем.

Оптимальный телесный угол выходной диафрагмы Фурье-спектрометра

$$\Delta\Omega = \frac{\pi}{R_T}.$$

В Фурье-спектроскопии спектр вычисляется на основании анализа интерферограммы. Значение максимальной разности хода Δ_m определяется требуемым разрешением R_T и для данной $\tilde{\nu}$ находится из выражения (2.17). В современных Фурье-спектрометрах спектральное распределение излучения источника по измеренной интерферограмме рассчитывается с помощью ЭВМ, встроенной в прибор.

Преимущество Фурье-спектрометра состоит в одновременной записи всего спектрального диапазона при высоком разрешении, недостаток – необходимость расшифровки интерферограммы после записи.

3. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

3.1. Естественный и поляризованный свет

Согласно электромагнитной теории свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества атомов. Поскольку атомы излучают электромагнитные волны независимо друг от друга, световая волна, излучаемая источником в целом, характеризуется всевозможными равновероятными направлениями колебаний вектора \mathbf{E} . Это так называемый *естественный свет*. *Поляризованным* называется свет, в котором направления колебаний вектора \mathbf{E} *упорядочены* каким-либо образом.

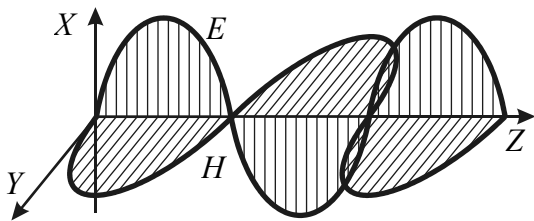


Рис. 3.1. Распределение в пространстве поля линейно-поляризованной волны

Электромагнитная волна является поперечной, и плоскость колебаний ее векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} перпендикулярна вектору скорости распространения волны \mathbf{v} (перпендикулярно лучу). Принято плоскость, в которой колеблется электрический вектор, называть *плоскостью колебаний*. Электромагнитная волна, у которой направления колебаний векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} строго фиксированы, называется *линейно-* или *плоскополяризованной* волной (рис. 3.1).

Для описания поляризационных явлений вектор \mathbf{E} обычно раскладывают на две компоненты \mathbf{E}_P и \mathbf{E}_S , где индекс P определяет колебания, параллельные плоскости падения света, а индекс S – перпендикулярные ей (рис. 3.2 и 3.3).

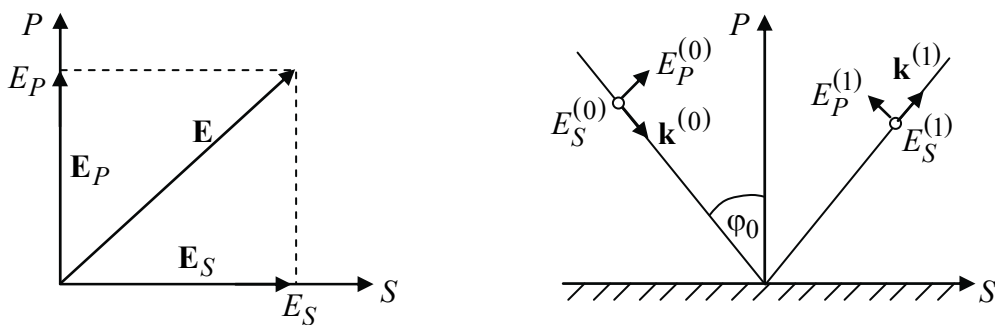


Рис. 3.2. Плоскость колебания вектора \mathbf{E}

Часто возникает такое колебание, при котором в каждой фиксированной точке конец вектора \mathbf{E} (а соответственно и \mathbf{H}) движется по эллипсу (рис. 3.4). Это *эллиптическая* поляризация, частным случаем которой является круговая (циркулярная поляризация). Эллиптическая поляризация возникает при наличии постоянной разности фаз δ между x - и y -составляющими излучения.

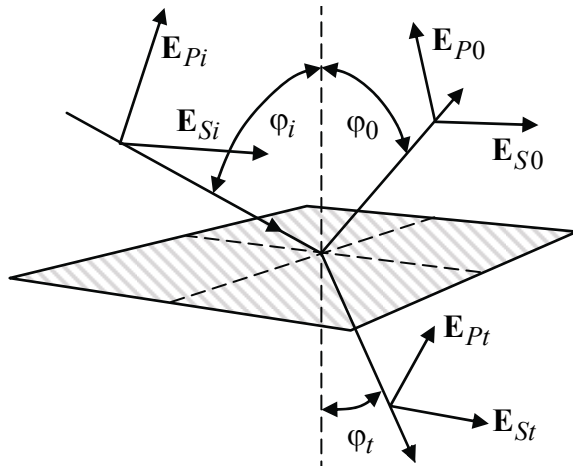


Рис. 3.3. Плоскость падения света

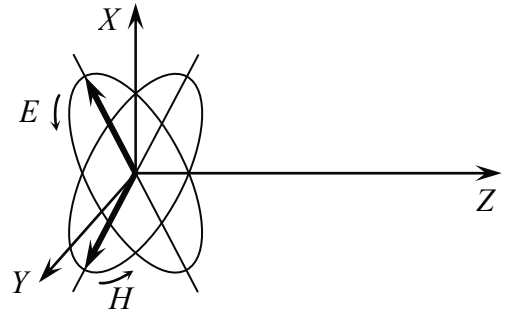


Рис. 3.4. Эллиптическая поляризация

Если $E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz)$, $E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kz - \delta)$, то исключение времени дает траекторию движения – эллипс. Действительно, после алгебраических преобразований можно получить:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\frac{\cos\delta}{E_{0x}E_{0y}}E_xE_y = \sin^2\delta.$$

В частности, при $\delta = \pi/2$ и равенстве амплитуд E_x и E_y эллипс вырождается в окружность (круговая поляризация), а при $\delta = \pi k$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) – в прямую (линейная поляризация). Математически наличие разности фаз δ удобно описать введением комплексной амплитуды в уравнение колебания и записать его в виде $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\delta} e^{i\omega t}$. Наличие комплексного отношения составляющих E_x/E_y у волны свидетельствует об эллиптической поляризации, а вещественного – о линейной поляризации.

На практике при распространении электромагнитных волн в среде разность фаз δ может меняться со временем. (Данное явление может быть следствием, во-первых, отсутствия источников идеально поляризованного излучения, а во-вторых, его частичной деполаризации при распространении через неоднородную среду) В таком случае говорят о частичной поляризации.

Эллипс поляризации падающего на поверхность излучения, а также эллипс отраженного от нее могут быть вписаны в прямоугольник со сторонами $2E_P$ и $2E_S$, где E_P и E_S – амплитуды волн, поляризованных в плоскости падения и в плоскости, ей перпендикулярной, связанной с отражающей поверхностью (рис. 3.1), определяемые выражениями:

$$E_P(t) = E_P e^{i(\omega t + \delta_P)} = \tilde{E}_P e^{i\omega t},$$

$$E_S(t) = E_S e^{i(\omega t + \delta_S)} = \tilde{E}_S e^{i\omega t}.$$

3.2. Основное уравнение эллипсометрии. Эллипсометрические углы

Описанный вокруг эллипса прямоугольник (рис. 3.5) можно характеризовать разностью фаз P - и S -составляющих электромагнитной волны $\delta = \delta_P - \delta_S$ ($0 \leq \delta \leq 2\pi$) и углом ψ , который определяется как $\operatorname{tg} \psi = E_P / E_S$ ($0 \leq \psi \leq \pi/2$). В частном случае $\delta = 0, 180^\circ$ эллипс вырождается в отрезок прямой, расположенный под углом ψ по отношению к оси S , в связи с чем

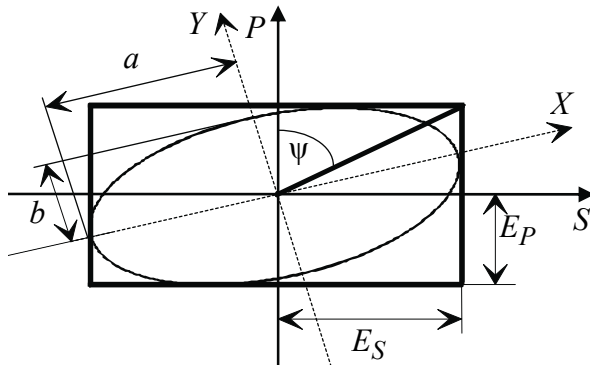


Рис. 3.5. Параметры эллипса поляризации

угол ψ называют углом **восстановленной линейной поляризации**. Параметры ψ и δ полностью определяют эллипс поляризации.

Изменение параметров поляризации при отражении волны от исследуемой поверхности характеризуют амплитудными коэффициентами Френеля:

$$R_P = \frac{\tilde{E}_{rP}}{\tilde{E}_{iP}} = \frac{E_{rP}}{E_{iP}} e^{i(\delta_{rP} - \delta_{iP})},$$

$$R_S = \frac{\tilde{E}_{rS}}{\tilde{E}_{iS}} = \frac{E_{rS}}{E_{iS}} e^{i(\delta_{rS} - \delta_{iS})},$$

где индекс « i » установлен для падающей волны, а « r » – для отраженной, а также **эллипсометрическими углами** Ψ и Δ , которые определяются следующим образом:

$$\operatorname{tg} \Psi = \frac{\operatorname{tg} \psi_r}{\operatorname{tg} \psi_i} \quad (3.1)$$

– относительное изменение азимута восстановленной линейной поляризации;

$$\Delta = (\delta_{rP} - \delta_{iP}) - (\delta_{rS} - \delta_{iS}) \quad (3.2)$$

– относительное изменение разности фаз P - и S -составляющих колебания.

Параметры Ψ и Δ при заданных угле падения света на поверхность θ_i и длине волны λ являются характеристиками отражающей поверхности и определяются природой вещества, из которого состоит образец (показателем преломления), его структурой (например, пористостью), наличием на поверхности какого-либо слоя (толщиной и оптическими свойствами этого слоя), качеством поверхности (средней высотой шероховатостей, качеством

полировки), а также оптическими свойствами среды, в которой находится образец. Эллипсометрические углы Ψ и Δ связаны между собой. Действительно, разделив выражение (3.1) на (3.2), получаем соотношение

$$\operatorname{tg} \Psi \cdot e^{i\Delta} = \frac{R_P}{R_S} = \rho, \quad (3.3)$$

известное как *основное уравнение эллипсометрии*, в котором величина ρ называется относительным коэффициентом отражения. Выражение (3.3) устанавливает связь между характеристиками образца и эллипсометрическими параметрами поверхности. Левая часть уравнения (3.3) является экспериментально измеряемой величиной. Эллипсометрические углы Ψ и Δ определяются при помощи прибора, называемого эллипсометром. Конкретное аналитическое выражение правой части (3.3) через макро- и микроскопические характеристики исследуемой отражающей системы зависит от выбора той или иной модели поверхности (в том числе и количества поверхностных слоев). Основное уравнение эллипсометрии позволяет по измеренным эллипсометрическим углам определить искомые параметры исследуемой системы, например толщину и показатель преломления слоя на подложке. Действуя наоборот, можно предсказать значения эллипсометрических углов для системы с известными параметрами. Решение основного уравнения эллипсометрии для определения эллипсометрических углов при известной отражающей системе называется *прямой задачей эллипсометрии*, а определение параметров системы по результатам эллипсометрических измерений – *обратной задачей эллипсометрии*.

3.3. Модель чистой поверхности

Для решения прямой и обратной задач эллипсометрии необходимы аналитические зависимости, связывающие коэффициенты отражения отражающих систем с параметрами этих систем. Наиболее простой и компактный вид имеют зависимости, в которых коэффициенты отражения выражены через поверхностные адмиттансы сред (поверхностные высокочастотные проводимости), определяемые как отношение тангенциальных составляющих магнитного и электрического полей:

$$Y = \frac{H_\tau}{E_\tau}. \quad (3.4)$$

Выражения для адмиттансов следуют из уравнений Максвелла для немагнитных сред, записанных для электромагнитных волн в комплексном представлении $E = E_0 e^{i(\omega t - kz)}$, $H = H_0 e^{i(\omega t - kz)}$:

$$k_0 n H = \omega \varepsilon_0 \varepsilon E, \quad (3.5)$$

$$k_0 n E = \omega \mu_0 H, \quad (3.6)$$

где $\varepsilon = n^2$, $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны в вакууме.

В соответствии с уравнениями (3.5), (3.6) и рис. 3.6 для P -поляризации поверхностные адмиттансы падающей, отраженной и преломленной волн соответственно равны:

$$Y_{0P}^t = \frac{Y_0}{\cos \varphi_t}, \quad Y_{1P}^i = \frac{Y_1}{\cos \varphi_i}, \quad Y_{1P}^r = -\frac{Y_1}{\cos \varphi_r}; \quad (3.7)$$

для S -поляризации

$$Y_{0S}^t = -Y_0 \cos \varphi_t, \quad Y_{1S}^i = -Y_1 \cos \varphi_i, \quad Y_{1S}^r = -Y_1 \cos \varphi_r, \quad (3.8)$$

где $Y_{0,1} = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0} n_{0,1}$ – характеристические адмиттансы сред (ε_0, μ_0 – фундаментальные постоянные).

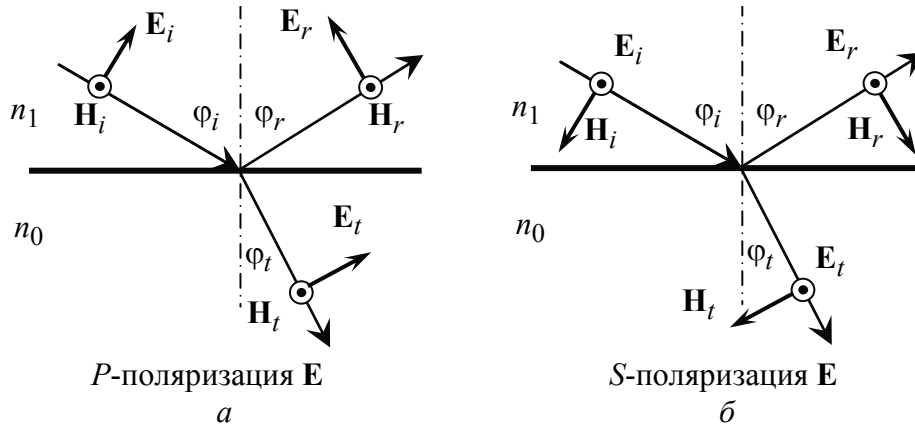


Рис. 3.6. Отражение и преломление ТМ- (а) и ТЕ-волн (б)

В соответствии с граничными условиями для тангенциальных составляющих векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} следуют равенства $E_{1\tau} = E_{2\tau}$, $H_{1\tau} = H_{2\tau}$. Но поскольку электромагнитное поле в среде 1 образовано падающей и отраженной волнами, граничные условия с учетом обозначения (3.4) принимают вид

$$E_{i\tau} + E_{r\tau} = E_{t\tau}, \quad Y_1^i E_{i\tau} + Y_1^r E_{r\tau} = Y_2^t E_{t\tau},$$

а после деления на $E_{i\tau}$ и очевидной замены $Y_1^r = -Y_1^i$

$$1 + \frac{E_{r\tau}}{E_{i\tau}} = \frac{E_{t\tau}}{E_{i\tau}}, \quad Y_1^i \left(E_{i\tau} - \frac{E_{r\tau}}{E_{i\tau}} \right) = Y_0^t \frac{E_{t\tau}}{E_{i\tau}}. \quad (3.9)$$

Совместное решение уравнений (3.9) дает выражение для амплитудного коэффициента отражения границы сред 1 и 2:

$$\frac{E_{r\tau}}{E_{i\tau}} = \frac{Y_1^i - Y_2^t}{Y_1^i + Y_0^t}, \quad \frac{E_{t\tau}}{E_{i\tau}} = \frac{2Y_1^i}{Y_1^i + Y_0^t}.$$

Амплитудные коэффициенты отражения и преломления определяются в соответствии с ориентацией векторов \mathbf{E}_i , \mathbf{E}_r , \mathbf{E}_t в системе координат, связанной с плоскостями P и S (рис. 3.6), и знаками проекций этих векторов на границу раздела. Поэтому для S -поляризации (векторы \mathbf{E} перпендикулярны плоскости падения, а их тангенциальные составляющие совпадают с самими этими векторами (рис. 3.6, а))

$$R_{10S} = \frac{E_{rS}}{E_{iS}} = \frac{E_{r\tau}}{E_{i\tau}} = \frac{Y_{1S}^i - Y_{0S}^t}{Y_{1S}^i + Y_{0S}^t},$$

$$T_{10S} = \frac{E_{tS}}{E_{iS}} = \frac{E_{t\tau}}{E_{i\tau}} = \frac{2Y_{1S}^i}{Y_{1S}^i + Y_{0S}^t}.$$

Для P -поляризации (векторы \mathbf{E} направлены под углом к границе раздела (рис. 3.6, б))

$$R_{10P} = \frac{E_{rP}}{E_{iP}} = -\frac{E_{r\tau}}{E_{i\tau}} = -\frac{E_{r\tau}/\cos\varphi_r}{E_{i\tau}/\cos\varphi_i} = -\frac{Y_{1P}^i - Y_{0P}^t}{Y_{1P}^i + Y_{0P}^t},$$

$$T_{10P} = \frac{E_{tP}}{E_{iP}} = \frac{E_{t\tau}}{E_{i\tau}} = \frac{E_{t\tau}/\cos\varphi_t}{E_{i\tau}/\cos\varphi_i} = \frac{2Y_{1P}^i}{Y_{1P}^i + Y_{0P}^t} \frac{\cos\varphi_i}{\cos\varphi_t}.$$
(3.10)

Подстановка в (3.10) соотношений из (3.7) и (3.8) дает классические выражения коэффициентов Френеля для границы раздела сред, которые при присвоении углам в качестве индексов номеров сред $\varphi_i = \varphi_r = \varphi_1$, $\varphi_t = \varphi_0$ принимают вид:

$$R_S = R_{10S} = \frac{n_1 \cos\varphi_1 - n_0 \cos\varphi_0}{n_1 \cos\varphi_1 + n_0 \cos\varphi_0}, \quad R_P = R_{10P} = \frac{n_0 \cos\varphi_1 - n_1 \cos\varphi_0}{n_0 \cos\varphi_1 + n_1 \cos\varphi_0},$$

$$T_S = T_{10S} = \frac{2n_1 \cos\varphi_1}{n_1 \cos\varphi_1 + n_0 \cos\varphi_0}, \quad T_P = T_{10P} = \frac{2n_1 \cos\varphi_1}{n_0 \cos\varphi_1 + n_1 \cos\varphi_0}.$$
(3.11)

С учетом закона Снеллиуса ($n_1 \sin\varphi_1 = n_0 \sin\varphi_0$) коэффициенты Френеля (3.11) принимают вид:

$$R_S = -\frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_0)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_0)}, \quad T_S = \frac{2 \sin\varphi_0 \cos\varphi_1}{\sin(\varphi_1 + \varphi_0)},$$

$$R_P = \frac{\operatorname{tg}(\varphi_1 - \varphi_0)}{\operatorname{tg}(\varphi_1 + \varphi_0)}, \quad T_P = \frac{2 \sin\varphi_0 \cos\varphi_1}{\sin(\varphi_1 + \varphi_0) \cos(\varphi_1 - \varphi_0)},$$

из которого следует существование особого угла падения волны на границу раздела (угла Брюстера – $\varphi_1 = \varphi_{\text{Бр}}$), при котором коэффициент отражения P -волны равен нулю.

Относительный коэффициент отражения, фигурирующий в основном уравнении эллипсометрии (3.3), из последних соотношений получается как

$$\rho = \frac{R_P}{R_S} = \frac{\cos(\varphi_1 - \varphi_0)}{\cos(\varphi_1 + \varphi_0)} = \text{tg } \Psi \cdot e^{i\Delta}.$$

Если воспользоваться законом Снеллиуса, это же выражение преобразуется к виду

$$\rho = \text{tg } \Psi \cdot e^{i\Delta} = \frac{\sin \varphi_1 \text{tg } \varphi_1 - \sqrt{(N_0/N_1)^2 - \sin^2 \varphi_1}}{\sin \varphi_1 \text{tg } \varphi_1 + \sqrt{(N_0/N_1)^2 - \sin^2 \varphi_1}}, \quad (3.12)$$

где, учитывая, что среды 1 и 2 могут быть поглощающими, показатели преломления $n_{0,1}$ заменены на $N_{0,1} = n_{0,1} - ik_{0,1}$ ($k_{0,1}$ – коэффициент экстинкции, связанный с коэффициентом поглощения $\alpha_{0,1}$ материала среды и длиной волны λ соотношением $\alpha_{0,1} = 4\pi k_{0,1}/\lambda$).

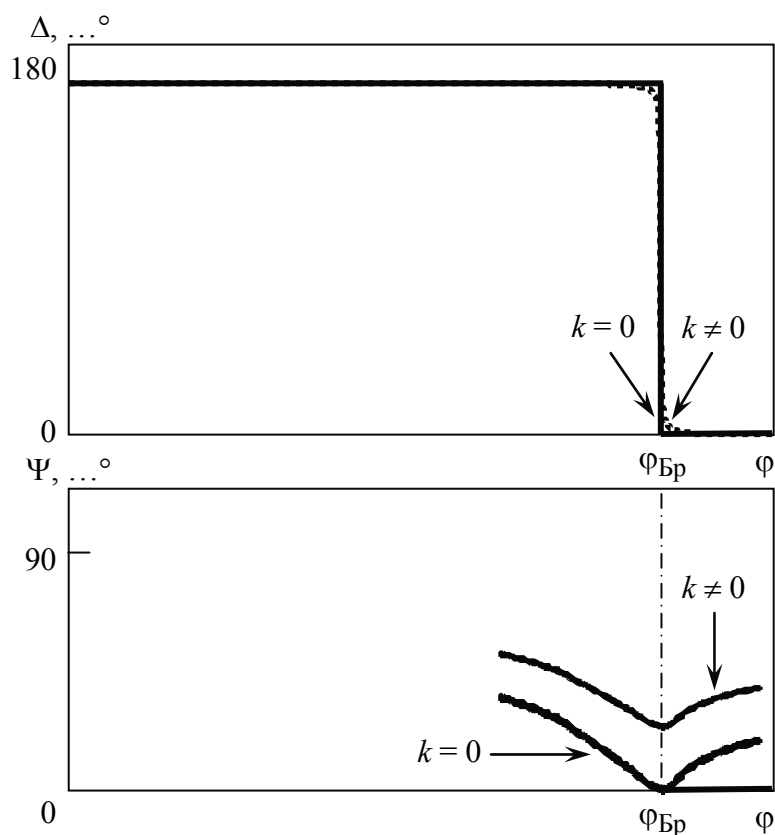


Рис. 3.7. Зависимость эллипсометрических углов Ψ и Δ от угла падения для границы двух сред

Зависимости эллипсометрических углов Ψ и Δ от угла падения представлены на рис. 3.7. В случае идеально плоской и резкой границы между двумя прозрачными средами зависимость $\Delta(\varphi)$ должна иметь форму ступени в области угла Брюстера, а угол Ψ в этой точке должен обращаться в ноль (сплошные линии). Однако для реальных структур данные 2 условия выполняются лишь приблизительно (пунктирные линии).

Из (3.12) следует, что экспериментально измеренное значение относительного коэффициента отражения позволяет в общем случае напрямую вычислить комплексный показатель преломления отражающей среды по формуле

$$N_0 = N_1 \sin \varphi_1 \sqrt{1 + \left(\frac{1 - \rho}{1 + \rho} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \varphi_1}. \quad (3.13)$$

3.4. Однослойная и многослойная модели. Прямая и обратная задачи эллипсометрии

Наличие некоторого слоя на поверхности образца меняет его эллипсометрические параметры Ψ и Δ , что связано с многократным отражением света на границах раздела *пленка – внешняя среда* и *пленка – подложка* с последующей интерференцией бесконечного числа парциальных отраженных волн (рис. 3.8).

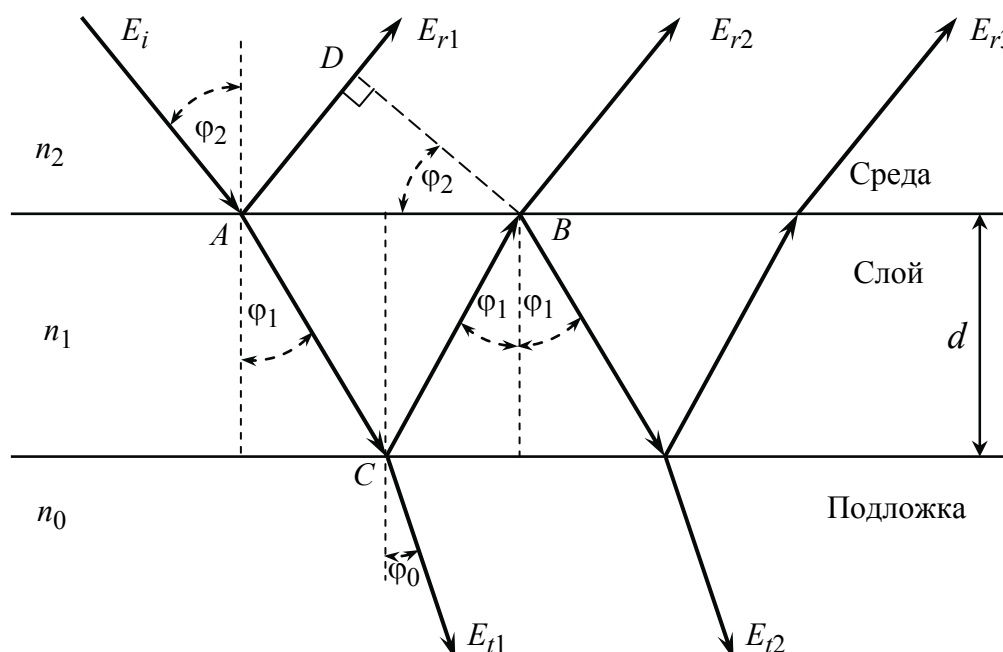


Рис. 3.8. Отражение и пропускание света при наклонном падении плоской световой волны на поверхность, покрытую однородным и изотропным плоскопараллельным слоем

При падении света из внешней среды на поверхность под углом φ_2 (рис. 3.8) в результате отражения от поверхности структуры происходит интерференция отраженных лучей 1, 2, 3, ...:

$$\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_{r1} + \mathbf{E}_{r2} + \mathbf{E}_{r3} + \dots, \quad (3.14)$$

причем каждая последующая волна сдвинута по фазе относительно предыдущей на значение δ , определяемое разностью оптических путей на участках ACB и AD :

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{2\pi}{\lambda}(AC + CB - AD) = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{2dn_1}{\cos \varphi_1} - 2dn_2 \operatorname{tg} \varphi_1 \sin \varphi_2 \right) = \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{2dn_1}{\cos \varphi_1} - 2dn_1 \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} \frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1} \sin \varphi_2 \right) = \frac{4\pi n_2 d \cos \varphi_1}{\lambda}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Отраженный от поверхности со слоем свет представляет собой суперпозицию волн, отраженных от верхней границы слоя (границы сред 2–1), а также бесконечного числа парциальных волн, совершивших одно или более двойных отражений от границ слоя (1–2 и 1–0) и преломившихся обратно в среду 2. Если обозначить коэффициенты отражения для соответствующих границ сред как R_{10} и R_{12} , а коэффициент пропускания из среды 2 в среду 1 как T_{21} и принять амплитуду падающей волны за единицу, то амплитуда волны 1 равна R_{21} , а амплитуда волн 2, 3, ..., образованных после преломления в среду 1 и многократного отражения от границ слоя, – соответственно $T_{21}R_{10}T_{21}e^{-i\delta}$, $T_{21}R_{10}R_{12}R_{10}T_{21}e^{-2i\delta}$ и т. д. Ввиду того, что если падающая волна поляризована либо в P -, либо в S -плоскости, то и отраженная поляризована в том же направлении, выражение (3.14) принимает вид

$$\begin{aligned} E_r &= R_{21} + T_{21}R_{10}T_{21}e^{-i\delta} + T_{21}R_{10}R_{12}R_{10}T_{21}e^{-2i\delta} + \dots = \\ &= R_{21} + E_3 + E_3 \left(R_{12}R_{10}e^{-i\delta} + \left(R_{12}R_{10}e^{-i\delta} \right)^2 + \dots \right), \end{aligned}$$

где $E_3 = T_{21}R_{10}T_{21}e^{-i\delta}$.

Использование свойств геометрической прогрессии, а также учет свойств амплитудных коэффициентов Френеля $T_{21}T_{12} = 1 - R_{21}^2$ и $R_{12} = -R_{21}$ дает

$$E_r = R_{21} + E_3 \frac{1}{1 - R_{12}R_{10}e^{-i\delta}} = R_{21} + E_3 \frac{T_{21}R_{10}T_{21}e^{-i\delta}}{1 - R_{12}R_{10}e^{-i\delta}} = \frac{R_{21} + R_{10}e^{-i\delta}}{1 + R_{21}R_{10}e^{-i\delta}}.$$

Поскольку амплитуда падающего луча была принята равной единице, то

$$\frac{R_P}{R_S} = \frac{E_{rP}/E_{iP}}{E_{rP}/E_{iS}} = \frac{E_{rP}}{E_{rP}}.$$

Отсюда следует вид основного уравнения эллипсометрии (3.3), известный как уравнение Друде:

$$\operatorname{tg} \Psi \cdot e^{i\Delta} = \frac{R_{21P} + R_{10P}e^{-i\delta}}{1 + R_{21P}R_{10P}e^{-i\delta}} \frac{1 + R_{21S}R_{10S}e^{-i\delta}}{R_{21S} + R_{10S}e^{-i\delta}}. \quad (3.16)$$

Это уравнение устанавливает связь между экспериментально измеряемыми эллипсометрическими углами Ψ , Δ и характеристиками исследуемой системы *подложка – пленка*: n_0 , k_0 , n_1 , k_1 , d , среди которых есть параметры, подлежащие определению с помощью уравнения (3.16).

Величину δ можно назвать периодом толщины, или «фазовой толщиной» прозрачного слоя, имея в виду, что с изменением толщины слоя d и при неизменных других параметрах – отражающей структуры, длины волны, угла падения и внешней среды – эллипсометрические углы Ψ , Δ для подложки с прозрачным слоем ($k_1 = 0$) меняются периодически.

На практике часто сталкиваются с необходимостью определения толщины слоя на подложке (оксидного или нанесенного тем или иным технологическим методом). Для подбора оптимальных условий измерения целесообразно рассмотреть выбор угла падения. На рис. 3.9 приведены зависимости эллипсометрических углов Ψ и Δ от угла падения φ . Показан различный характер зависимости для угла Δ при различном соотношении значений показателя преломления слоя и подложки. Следует отметить, что такой характер зависимости $\Delta(\varphi)$ имеют при $\delta < 2\pi$, т. е. в первом «периоде» толщины слоя. В следующем периоде толщины зависимости $\Delta(\varphi)$ для двух соотношений n_0 и n_1 взаимно меняются.

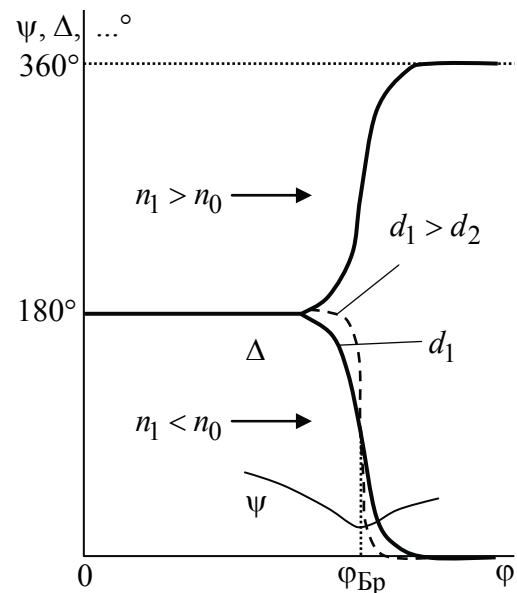


Рис. 3.9. Зависимости эллипсометрических углов Ψ и Δ от угла падения φ

Следует отметить, что понятие «угол Брюстера» определено лишь для одной межфазной границы. Для поверхности со слоем угол падения, соответствующий резкому изменению угла Δ с ростом угла падения и минимуму угла Ψ , следует называть квазиуглом Брюстера. Дело в том, что при определенных сочетаниях показателей преломления подложки и слоя (в общем случае комплекс-

ных) зависимости углов Ψ и Δ от угла падения φ могут иметь вид, сильно отличающийся от классического (рис. 3.9). В частности, как зависимость $\Psi(\varphi)$ может не иметь выраженного минимума, так и зависимость $\Delta(\varphi)$ может не иметь характерного крутого участка.

Уравнение (3.16) можно представить в виде квадратного уравнения относительно комплексной экспоненты $X = e^{-i\delta}$:

$$AX^2 + BX + C = 0, \quad (3.17)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \rho R_{21S} - R_{10P}, \\ B &= \rho(R_{10S} + R_{21S}R_{21P}R_{10P}) - (R_{10S} + R_{21P}R_{21S}R_{10S}), \\ C &= \rho R_{10S}R_{21P}R_{10P} - R_{10P}R_{21S}R_{10S}. \end{aligned}$$

Если поглощение в слое отсутствует ($k_1 = 0$), комплексная экспонента X является чисто мнимой величиной, поэтому по мере увеличения толщины пленки d величина $\rho = \operatorname{tg} \Psi \cdot e^{i\Delta}$ на комплексной плоскости (как зависимость Ψ – Δ , именуемая эллипсометрической номограммой) описывает замкнутые кривые. При наличии поглощения эти кривые приобретают спиралеобразный вид.

Если измерена комплексная величина ρ , уравнение (3.17) можно решить как квадратное относительно X . Поскольку X – чисто мнимое, то

$$|X| = 1, \quad (3.18)$$

и из двух решений смысл имеет то, у которого положительная вещественная и отрицательная мнимая часть. Решение же уравнения при известных параметрах подложки и окружающей среды $|X| = f(n_1) = 1$ определяет n_1 . Толщина слоя определяется с помощью соотношения, следующего из (3.15), с учетом (3.18):

$$d = i \frac{\lambda \ln X}{4\pi n_1 \cos \varphi_1}. \quad (3.19)$$

Указанная процедура известна как метод Холмса определения параметров прозрачного слоя на известной подложке.

За рамками метода Холмса для выражения полных коэффициентов отражения системы *слой – подложка* удобнее использовать формулы, оперирующие не коэффициентами отражения каждой из границ между средами, а поверхностными адмиттансами отраженных волн соответствующих сред (3.7), (3.8). Аналогично выводу формулы (3.16) учитывается многократное отражение от границ слоя. Полученные таким способом формулы для обобщенных коэффициентов имеют вид [6]:

$$R_S = \frac{Y_{2S} - Y_{2S}^+}{Y_{2S} + Y_{2S}^+}, \quad R_P = \frac{Y_{2P}^+ - Y_{2P}}{Y_{2P} + Y_{2P}^+},$$

где Y_{2S} и Y_{2P} – адмиттансы внешней среды, а Y_{2S}^+ и Y_{2P}^+ – обобщенные адмиттансы структуры под верхней границей – структуры *слой – подложка*, которые, в свою очередь, выражаются через адмиттансы двух сред – подложки и слоя – и параметр δ (3.15) слоя:

$$Y_{2S}^+ = Y_{1S} \frac{Y_{0S} + iY_{1S} \operatorname{tg} \delta}{Y_{1S} + iY_{0S} \operatorname{tg} \delta}, \quad Y_{2P}^+ = Y_{1P} \frac{Y_{0P} + iY_{1P} \operatorname{tg} \delta}{Y_{1P} + iY_{0P} \operatorname{tg} \delta}.$$

Аналогично выглядят формулы для M -многослойной структуры (рис. 3.10) на подложке. Обобщенные адмиттансы имеют рекуррентное представление, куда входят только адмиттансы слоев:

$$\rho = \operatorname{tg} \Psi \cdot e^{i\Delta} = \frac{R_P}{R_S},$$

где

$$\begin{aligned} R_S &= \frac{Y_{M+1,S} - Y_{M+1,S}^+}{Y_{M+1,S} + Y_{M+1,S}^+}, \quad R_P = \frac{Y_{M+1,P}^+ - Y_{M+1,P}}{Y_{M+1,P} + Y_{M+1,P}^+}, \\ Y_{j+1,S}^+ &= Y_{j,S} \frac{Y_{j-1,S} + iY_{j,S} \operatorname{tg} \delta}{Y_{j,S} + iY_{j-1,S} \operatorname{tg} \delta}, \quad Y_{j+1,P}^+ = Y_{j,P} \frac{Y_{j-1,P} + iY_{j,P} \operatorname{tg} \delta}{Y_{j,P} + iY_{j-1,P} \operatorname{tg} \delta}, \quad (3.20) \\ Y_{j,P} &= \frac{N_j}{\cos \varphi_j}, \quad Y_{j,S} = N_j \cos \varphi_j, \quad \delta = \frac{2\pi d N_j \cos \varphi_j}{\lambda}. \end{aligned}$$

(Постоянный множитель $\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ в выражениях (3.20) для адмиттансов $Y_{j,P}$ и $Y_{j,S}$ опущен, так как он сокращается при последующих подстановках в выражения для $Y_{j+1,S}^+$ и $Y_{j+1,P}^+$.)

В выражениях (3.20) $\cos \varphi_j$ можно выразить из закона Снеллиуса через показатель преломления соответствующего слоя, а также показатель преломления внешней среды и угол падения из внешней среды на отражающую поверхность.

В эллипсометрических исследованиях возникает 2 рода задач: прямая и обратная задачи эллипсометрии. *Прямая задача* состоит в нахождении эллипсометрических углов Ψ и Δ по известным параметрам отражающей поверхности (показатели преломления подложки и слоев, толщины слоев) и условий эксперимента (показатель преломления внешней среды и угол паде-

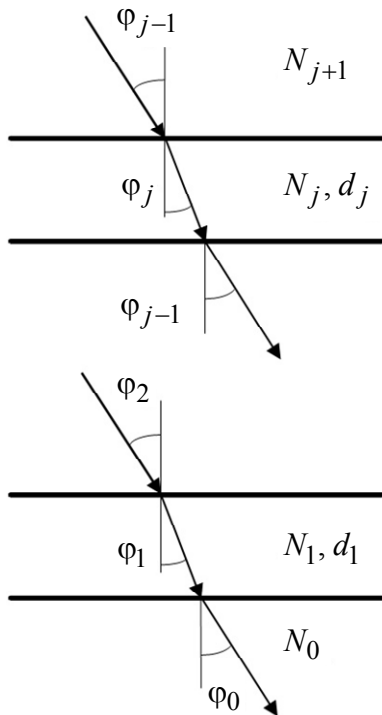


Рис. 3.10. Модель многослойной структуры

ния). Задача решается с использованием соотношений (3.20), которые модифицируются в зависимости от применения к конкретной модели структуры поверхности. Вид модели учитывает наличие слоев на поверхности и количество, наличие или отсутствие поглощения в слоях и подложке. Возможен учет шероховатости отражающей поверхности. Первый тип задач достаточно прост и не представляет сложностей в своей реализации.

Суть *обратной задачи* сводится к определению параметров (в общем случае комплексных показателей преломления и толщин слоев отражающей структуры) отражающей оптической системы по измеренным эллипсометрическим углам Ψ и Δ . Непосредственное вычисление искомых параметров возможно лишь для простейших моделей. В случае

чистой поверхности показатель преломления отражающей среды рассчитывается из уравнения (3.19). Определить показатель преломления и толщины прозрачных слоев можно с помощью метода Холмса (формулы (3.17)–(3.19)).

В общем же случае из-за трансцендентности уравнений (3.20) обратная задача эллипсометрии обычно решается оптимизационными методами. Решение находится как результат минимизации целевой функции (выбор вида которой является неоднозначным) в многомерном параметрическом пространстве, где величины, подлежащие определению, являются непосредственно независимыми переменными. Целевые функции строятся на разности экспериментально измеренных и теоретических значений эллипсометрических углов Ψ и Δ . Значения Ψ и Δ определяются с помощью прибора, называемого эллипсометром. Далее осуществляется поиск значений набора параметров отражающей структуры (показателей преломления сред, толщин слоев), подлежащих определению. Критерием является минимальная разность функций этих параметров – «теоретических» значений углов Ψ и Δ – и их экспериментальных значений, полученных при измерении. В процессе поиска анализируется определенный диапазон значений искомых параметров. Для каждого набора значений решается прямая задача эллипсометрии в соответствии с основным уравнением (3.3).

Подлежащая минимизации целевая функция может иметь вид

$$F_{\rho} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\rho_{\text{эксп}} - \rho_{\text{теор}})_i^2} \quad (3.21)$$

или

$$F_A = \sqrt{\sum_{i=1}^n [(\Psi_{\text{эксп}} - \Psi_{\text{теор}})^2 + (\Delta_{\text{эксп}} - \Delta_{\text{теор}})^2]_i} \quad (3.22)$$

Суммирование по индексу i означает использование при решении обратной задачи экспериментальных результатов, полученных при различных условиях. Необходимость варьирования условий эксперимента объясняется тем, что при однократном измерении определяются лишь 2 значения – экспериментальные Ψ и Δ , тогда как в некоторых случаях поиску подлежит набор параметров структуры, по числу превышающий два. В этом случае поиск более двух параметров с использованием только одной пары измеренных эллипсометрических углов означал бы решение некорректно поставленной задачи. В связи с этим определяются $n > 1$ пар углов Ψ и Δ и целевая функция принимает вид (3.21) или (3.22).

Целевая функция может иметь, например, «классический» вид формулы (3.21), а может представлять собой функцию Аззама (формула (3.22)). Отдать предпочтение тому или иному виду целевой функции можно лишь после специальных исследований, обязательно принимая во внимание конкретную систему, параметры которой подлежат определению, а также условия измерения. В частности, использование целевой функции (3.22) предполагает, что эллипсометрические углы Ψ и Δ имеют приблизительно одинаковую чувствительность к параметрам системы, что выполняется довольно редко.

Аппаратура и методика эллипсометрических измерений представлены в методических указаниях к выполнению лабораторных работ.

Список рекомендуемой литературы

Зайдель А. Н., Островская Г. В., Островский Ю. И. Техника и практика спектроскопии. М.: Наука, 1976.

Матвеев А. Н. Оптика. М.: Высш. шк., 1985. С. 208–234.

Информационная оптика / Н. Н. Евтихийев, О. А. Евтихьева, И. П. Кома-нец и др. М.: Изд-во МЭИ, 2000. С. 144–186.

Оптико-электронные приборы для научных исследований / Под ред. Л. А. Новицкого. М.: Машиностроение, 1986.

Эпштейн М. И. Спектральные измерения в электровакуумной технике. М.: Энергия, 1970.

Громов В. К. Введение в эллипсометрию. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986.

Пшеницын В. И., Абаев М. И., Лызлов Н. Ю. Эллипсометрия в физико-химических исследованиях. Л.: Химия, 1986.

Эллипсометрия: теория, методы, приложения: Сб. статей. Новосибирск: Наука, 1991.

Основы эллипсометрии / Под ред. А. В. Ржанова. Новосибирск: Наука, 1979.

Аззам Р. М., Башара Н. М. Эллипсометрия и поляризованный свет. М.: Мир, 1981.

Оглавление

Введение	3
1. Сигналы в оптико-электронных спектральных приборах	5
1.1. Виды спектрального анализа. Энергетическая система величин	5
1.2. Обобщенная структурная оптическая схема спектрального прибора....	8
1.3. Сигналы в оптико-электронных спектральных системах.....	10
1.4. Линейные инвариантные системы	12
1.5. Основные положения частотного анализа систем.....	16
1.6. Аппаратная функция спектрального прибора.....	18
1.7. Определение истинного контура входного спектрального сигнала по контуру сигнала, наблюдаемому на выходе спектрального прибора....	19
1.8. Основные характеристики спектральных систем.....	21
2. Основные методы получения информации о спектральном составе излучения	26
2.1. Призма	26
2.2. Отражательная дифракционная решетка.....	29
2.3. Интерферометр Фабри–Перо	35
2.4. Преобразование сигналов в монохроматорах классического типа	38
2.5. Фурье-спектрометр	40
3. Поляризационные измерения	44
3.1. Естественный и поляризованный свет.....	44
3.2. Основное уравнение эллипсометрии. Эллипсометрические углы	46
3.3. Модель чистой поверхности	47
3.4. Однослойная и многослойная модели. Прямая и обратная задачи эллипсометрии.....	51
Список рекомендуемой литературы	58

Василевский Александр Михайлович,
Коноплев Георгий Асадович,
Панов Михаил Федорович

Опτικο-физические методы исследований

Учебное пособие

Редактор Э. К. Долгатов

Подписано в печать 07.11.11. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Печ. л. 3,75.
Гарнитура «Times New Roman». Тираж 100 экз. Заказ .

Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»
197376, С.-Петербург, ул. Проф. Попова, 5